VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Aplikace metod oceňování vícefaktorových opcí

Application of valuation methods of the multi-factor options

Student: Bc. Jana Vepřková

Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2009

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně.

V Ostravě 30. dubna 2009

Obsah

1 Úvod

Burzovní opční obchody se začaly rozvíjet po roce 1973. Jde o rok, ve kterém byly publikovány práce věnované oceňování opcí trojicí ekonomů Black, Scholes a Merton. Zjištění správné hodnoty opce je pro investory zásadní otázkou, proto byly práce výše zmíněných autorů pro budoucí velký rozmach opčních obchodů zcela zásadní.

Ve stejném roce, kdy byly publikovány práce výše zmíněných ekonomů, bylo zahájeno obchodování s opcemi na Chicago Board Options Exchange. Od tohoto roku začal prudký nárůst objemu opčních obchodů. Od roku 1973 se začalo obchodovat s call opcemi. Od roku 1977 za obchodování rozšířilo také na put opce. Do roku 1980 se jednalo o opce, jejichž podkladovým aktivem byly zejména akcie, od roku 1980 se již začíná obchodovat s opcemi, jejichž podkladové aktivum je tvořeno cizími měnami, úrokovými mírami, akciovými indexy nebo futures.

Opce tak prošly dlouhým vývojem od původně čistě zajišťovacího instrumentu až po nástroj spekulativních obchodů na vyspělých kapitálových burzách. Trh s finančními opcemi představuje jeden z nejzajímavějších fenoménů ve finančním sektoru na světových kapitálových trzích posledních let.

Cílem diplomové práce je charakterizovat základní druhy vícefaktorových opcí, popsat metodiku oceňování vícefaktorových opcí a stanovit cenu těchto opcí pomocí zvolených metod. Oceňování opcí je provedeno pomocí dvoufaktorového binomického modelu a dále pomocí simulace Monte Carlo.

Celá práce je rozdělena do tří kapitol. V první teoretické části práce je popsána základní klasifikace finančních opcí, popsána hodnota opce a faktory ovlivňující tuto hodnotu. Dále jsou charakterizovány vícefaktorové opce a určeny druhy těchto opcí.

Druhá část je zaměřena na popis metodologie oceňování opcí. Je zde charakterizován spojitý Black-Scholesův model. Dále je popsán jednofaktorový a dvoufaktorový binomický model. Následuje charakteristika simulace Monte Carlo.

V třetí části práce je uveden konkrétní výpočet ceny basket call a put opce na portfolio akcií pomocí dvoufaktorového binomického modelu a simulace Monte Carlo. V závěru jsou prezentovány dosažené výsledky.

2 Charakteristika a druhy vícefaktorových opcí

Opce jsou finančním derivátem, který představuje právo uskutečnit ve stanovenou dobu za předem dohodnutou cenu koupi nebo prodej stanoveného množství podkladového aktiva. Podkladovým aktivem (*underlying asset)* může být finanční aktivum nebo nefinanční faktor. Mezi finanční aktiva patří cena akcie, burzovní index, cena dluhopisu, úroková sazba, měnový kurz, cena komodity či finanční derivát. Nefinanční faktory jsou zejména u reálných opcí, příkladem jsou weather deriváty, energetické deriváty, apod. Ve smlouvě o budoucí koupi či prodeji podkladového aktiva vystupují dvě zúčastněné strany. Na jedné straně stojí kupující (*holder*), jenž má právo, nikoli však povinnost, koupit nebo prodat podkladové aktivum za realizační cenu (*strike price).* Na straně druhé je prodávající (*writer*), který má naopak povinnost daný obchod v budoucnu uskutečnit, pokud ho kupující opce o tuto povinnost požádá. Kupující je tak ve volné pozici, kdy má právo volby, kdežto prodávající je v těsné pozici, kdy musí plnit předem stanovenou dohodu. Výhoda kupujícího spočívá v tom, že uzavřením smlouvy o asymetrickém právu nenese žádné náklady, platí pouze poplatek, tzv. opční prémii *(premium).*

2.1 Základní členění opcí

Opce je možné členit podle několika následujících hledisek: podle složitosti výplatní funkce, podle typu opce, podle momentu uplatnění opce, podle pozice a podle vztahu mezi současnou cenou podkladového aktiva a realizační cenou.

V závislosti na složitosti výplatní funkce je možné opce rozlišit na opce jednoduché (*plain vanilla*) a exotické opce (*exotic options*). Základními jednoduchými opcemi jsou kupní (*call)* a prodejní (*put*) opce s nejjednodušší výplatní funkcí. Výplatní funkce exotických opcí jsou daleko složitější, lze je rozlišit na: výplatní funkce s pamětí, výplatní funkce s různou možností využití a na výplatní funkce s limitně omezenou výplatou.

Podle typu lze opce dělit na opce kupní (*call*), které představují právo na budoucí koupi podkladového aktiva za předem dohodnutou cenu, a opce prodejní (*put*), s nimiž je spojeno právo prodat podkladové aktivum za pevně stanovenou cenu a v pevně stanovené době.

Podle momentu uplatnění opce se rozlišují evropské opce a americké opce. V případě evropské opce je vypořádání možné pouze v momentu realizace. Americká opce je využitelná kdykoliv po celou dobu do momentu realizace. Pro tuto odlišnost jsou americké opce pro investora zajímavější, ale spekulativně náročnější. Oba typy opcí jsou uzavírány bez ohledu na kontinent. Jejich pojmenování odráží pouze způsob možného využití. Americká i evropská opce má v době realizace stejnou hodnotu. Opční prémie je v případě americké opce větší nebo stejná než u shodné opce evropské. Cena opce je větší o hodnotu práva kdykoliv americkou opci uplatnit.

Podle pozice lze opce dělit na opce v krátké pozici (*short position*) a opce v dlouhé pozici (*long position*). V dlouhé pozici se nachází ta strana, která má právo volby, tj. má právo rozhodnout zda danou opci využije, či nikoliv. Druhá smluvní strana, která se zavázala k povinnosti přizpůsobit se straně v dlouhé pozici, se nachází v pozici krátké.

Podle vztahu současné ceny podkladového aktiva a realizační ceny je možné opce rozdělit na ty, které jsou: v penězích (*in the money*), na penězích (*at the money)*, mimo peníze (*out of the money*). Jestliže je současná cena podkladového aktiva vyšší než sjednaná realizační cena, říká se o kupní opci, že je v penězích. V případě prodejní opce platí opak. Opce, které jsou v penězích, je výhodné využít. Pokud je naopak současná cena podkladového aktiva menší než realizační cena, říká se o kupní opci, že je mimo peníze. Pro prodejní opci platí opak, je-li cena podkladového aktiva větší než realizační cena, je opce mimo peníze. Tyto opce nebudou nikdy uplatněny. Je-li současná cena podkladového aktiva rovna realizační ceně, říká se o kupní a prodejní opci, že je na penězích.

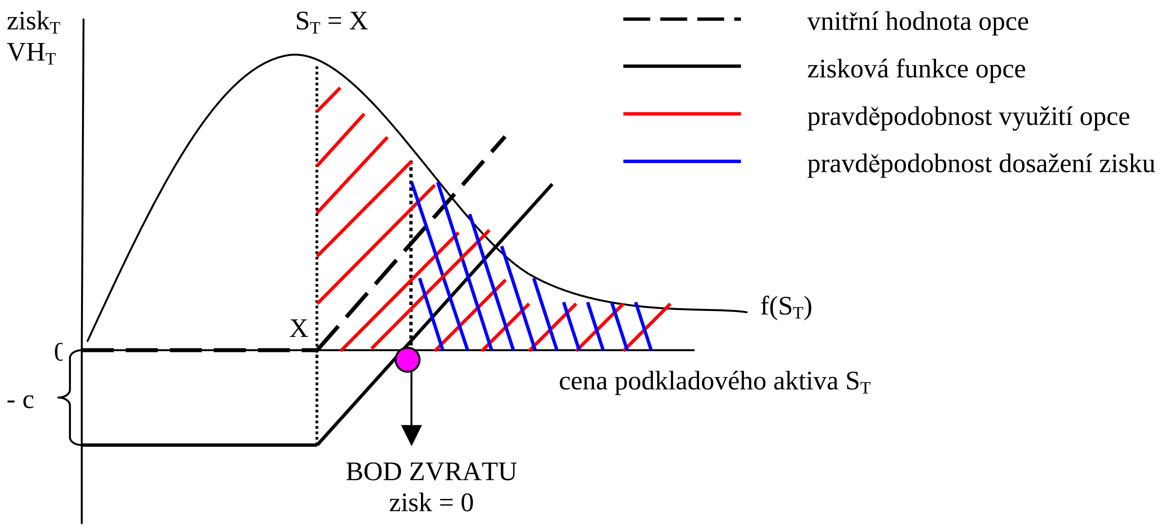
Z výše uvedené klasifikace vyplývá, že existuje řada opčních možností vytvořená pouze ze základních opčních typů. Těmito typy jsou evropská kupní opce v dlouhé pozici, evropská kupní opce v krátké pozici, evropská prodejní opce v dlouhé pozici, evropská prodejní opce v krátké pozici, americká kupní opce v dlouhé pozici, americká kupní opce v krátké pozici, americká prodejní opce v dlouhé pozici a americká prodejní opce v krátké pozici. V další části textu jsou nastíněny první čtyři základní opční možnosti.

2.1.1 Evropská kupní opce v dlouhé pozici

Majitel kupní opce má právo ve sjednaném termínu koupit podkladové aktivum za smluvenou realizační cenu. Za toto právo platí držitel opce poplatek, tzv. opční prémii. Při koupi kupní opce investor očekává, že cena podkladového aktiva v budoucnosti stoupne.

Obr. 2.1 znázorňuje závislost výplatní funkce a ziskové funkce na vývoji současné ceny podkladového aktiva.

Obr. 2.1: Zisková funkce a vnitřní hodnota evropské kupní opce v dlouhé pozici



Na ose y je zobrazena vnitřní hodnota a zisk/ztráta, na ose x je promptní cena podkladového aktiva při realizaci. Pokud je v době uplatnění opce skutečná cena podkladového aktiva menší než realizační cena, opce není uplatněna. Držiteli opce tak vzniká omezená ztráta ve výši opční prémie. Je-li však v době uplatnění opce současná cena podkladového aktiva větší než realizační cena, pak opce je uplatněna, jak znázorňuje Obr. 2.1. Zisková funkce má následující tvar:

$$z = \max(S_T - X - c; -c), \qquad (2.1)$$

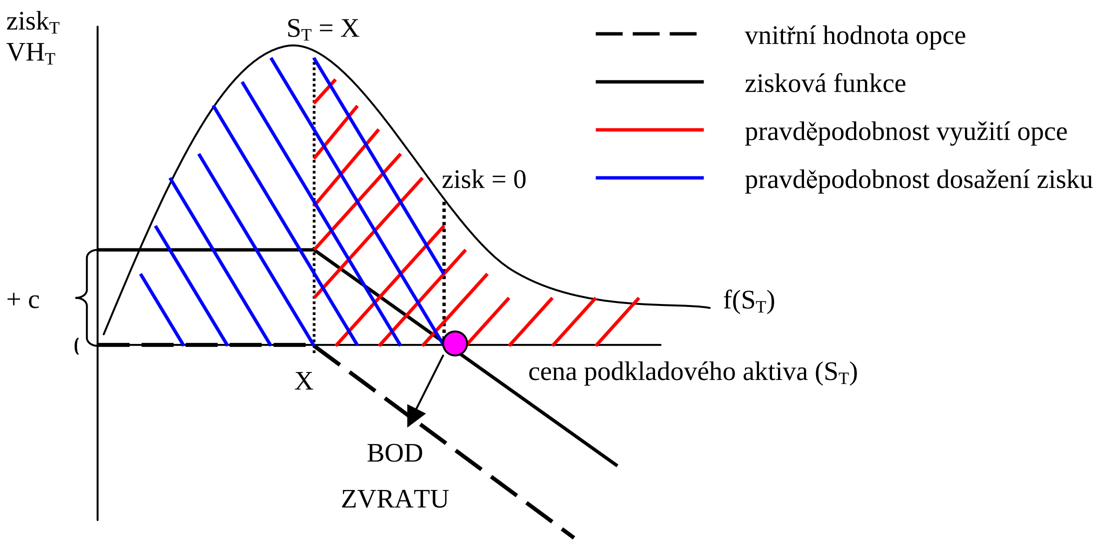
kde S_T je současná cena podkladového aktiva, X je realizační cena a c je cena kupní opce.

Majitel kupní opce tak může dosáhnout neomezený zisk. Bod zvratu je hodnota podkladového aktiva, kdy ztráty držitele kupní opce přecházejí v zisky.

2.1.2 Evropská kupní opce v krátké pozici

Upisovatel kupní opce je povinen v dohodnutém termínu prodat podkladové aktivum za předem smluvenou realizační cenu. Za tuto povinnost inkasuje od kupujícího opce provizi ve formě opční prémie. Na Obr. 2.2 je zachycena pravděpodobnost využití opce a také pravděpodobnost dosažení zisku upisovatele opce.

Obr. 2.2: Zisková funkce a vnitřní hodnota evropské kupní opce v krátké pozici



Je-li v době uplatnění opce současná cena podkladového aktiva menší než realizační cena, kupní opce je uplatněna. Upisovatel realizuje omezený zisk z opce ve výši obdržené opční prémie. Ziskovou funkci vyjadřuje následující rovnice:

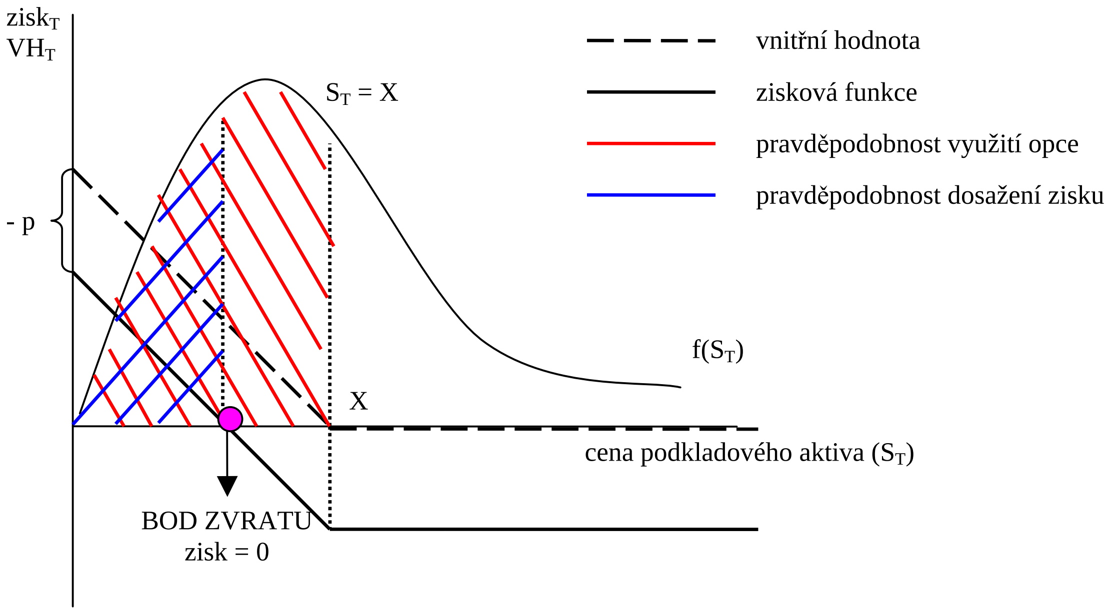
$$z = \min(X - S_T + c\,; + c). \tag{2.2}$$

Pokud je skutečná cena podkladového aktiva větší než realizační cena, opci je uplatněna a tím pádem vzniká upisovateli opce neomezená ztráta. Bod zvratu je hodnota podkladového aktiva, kdy zisky prodávajícího kupní opce přecházejí ve ztráty. Vystavovatel kupní opce očekává, že cena podkladového aktiva v budoucnosti klesne.

2.1.3 Evropská prodejní opce v dlouhé pozici

Držitel prodejní opce má právo prodat v dohodnutém termínu podkladové aktivum za předem smluvenou cenu. Za toto právo platí prodávajícímu poplatek, tzv. opční prémii. Kupující prodejní opce tak předpokládá, že cena podkladového aktiva v čase splatnosti opce poklesne. Obr. 2.3 zachycuje závislost výplatní funkce a zisku na vývoji současné ceny podkladového aktiva.

Obr. 2.3: Zisková funkce a vnitřní hodnota evropské prodejní opce v dlouhé pozici



Je-li v době možného uplatnění opce současná cena podkladového aktiva menší než realizační cena, je opce využita. Ziskovou funkci zachycuje rovnice (2.3):

$$z = \max(X - S_T - p; -p), \qquad (2.3)$$

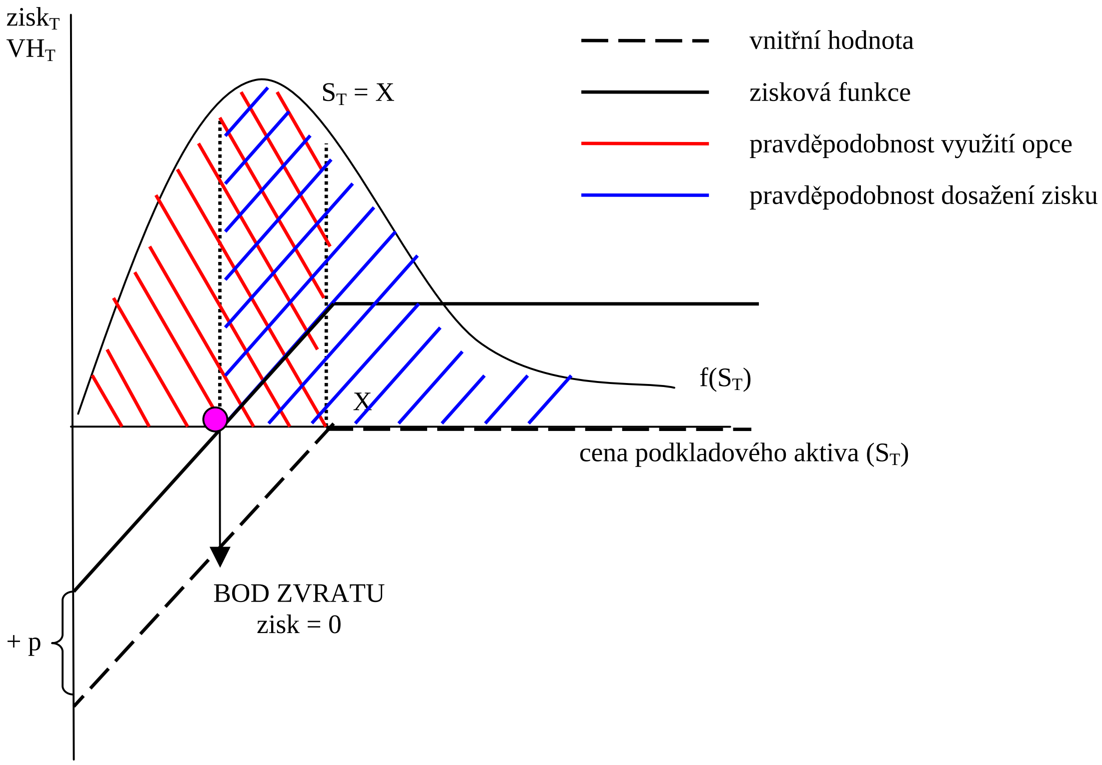
kde p je cena prodejní opce.

Držitel prodejní opce v případě využití opce dosahuje omezený zisk. V případě, že je skutečná cena podkladového aktiva v době realizace větší než realizační cena, opce není využita. Držiteli tak vznikne omezená ztráta ve výši opční prémie.

2.1.4 Evropská prodejní opce v krátké pozici

Vystavovatel prodejní opce se za inkaso opční prémie zavázal v budoucnosti koupit podkladové aktivum za předem dohodnutou cenu. Při vystavení prodejní opce obchodník předpokládá, že cena podkladového aktiva v budoucnosti stoupne. Níže uvedený Obr. 2.4 znázorňuje pravděpodobnost využití opce a také pravděpodobnost dosažení zisku vystavovatele opce.

Obr. 2.4: Zisková funkce a vnitřní hodnota evropské prodejní opce v krátké pozici



Jak zobrazuje Obr. 2.4 lze opci využít tehdy, je-li současná cena podkladového aktiva menší než realizační cena. Upisovateli opce tak vznikne omezená ztráta v maximální výši $X - p$. Je-li však cena podkladového aktiva větší než smluvená realizační cena, opce není uplatněna. Prodávající tak realizuje omezený zisk ve výši opční prémie. Zisková funkce má následující tvar:

$$z = \min(S_T - X + p\,; + p). \tag{2.4}$$

Bod zvratu je hodnota podkladového aktiva, kdy ztráty vystavovatele prodejní opce přecházejí v jeho zisky.

V případě opcí se jedná o hru s nulovým součtem, kdy zisk kupujícího je ztrátou prodávajícího. V případě, že jde u kupujícího o funkci max (z), pak u hry s nulovým součtem zisková funkce prodávajícího je – max (z). Matematicky platí, že

$$-\max(z) = \min(-z). \tag{2.5}$$

2.2 Hodnota opce

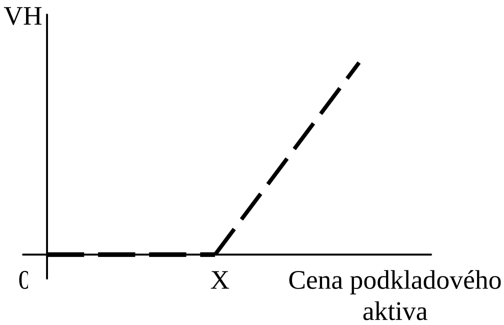
Tržní cena, za kterou je opce obchodována na mimoburzovních (*OTC)* nebo burzovních trzích se nazývá opční prémie nebo také cena opce. Hodnota opce se skládá ze dvou složek, a to vnitřní hodnoty a časové hodnoty.

Cena opce se nevztahuje přímo k hodnotě podkladového aktiva, ale k právu s ním nakládat podle uzavřené opční smlouvy.

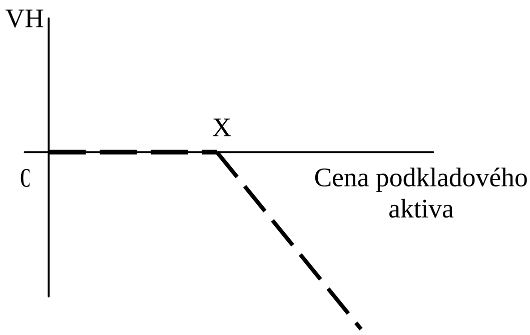
2.2.1 Vnitřní hodnota opce

Vnitřní hodnota opce nazývaná též výplatní funkce (*pay-off function)* je definována jako výše zisku bez opční prémie v momentu využití opce. U evropských opcí je tímto momentem doba realizace. Vnitřní hodnota odráží pouze aktuální vztah současné ceny podkladového aktiva a realizační ceny. Na Obr. 2.5 je přerušovanou čarou znázorněna výplatní funkce call opce z pohledu kupujícího. Obr. 2.6 zobrazuje vnitřní hodnotu pro upisovatele call opce.

Obr. 2.5: Call opce v dlouhé pozici



Obr. 2.6: Call opce v krátké pozici



Vnitřní hodnota call opce v dlouhé pozici je následující:

$$VH = \max(S_T - X; 0), \tag{2.6}$$

v krátké pozici má vnitřní hodnota call opce tento tvar,

$$VH = \min(X - S_T; 0), \tag{2.7}$$

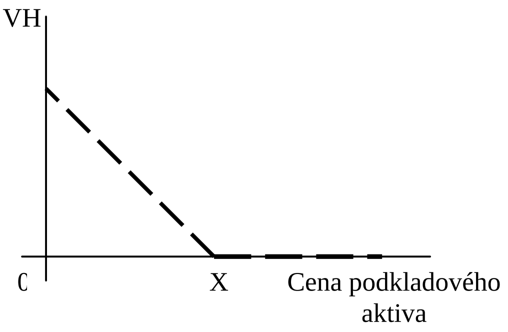
kde S_T je promptní cena podkladového aktiva na trhu, X je realizační cena opce.

Pokud je promptní cena podkladového aktiva menší než realizační cena, pak vnitřní hodnota opce v dlouhé i krátké pozici je rovna nule. V takovém případě není opce využita.

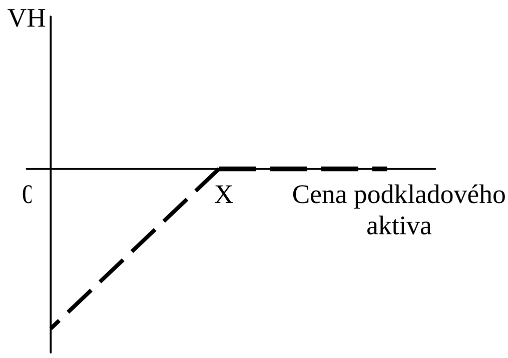
Je-li však cena podkladového aktiva větší než realizační cena opce, pak vnitřní hodnota v dlouhé pozici je rovna $S_T - X$, v případě krátké pozice dosahuje vnitřní hodnota záporných hodnot.

Výplatní funkce pro držitele a upisovatele put opce jsou zobrazeny na Obr. 2.7 a Obr. 2.8.

Obr. 2.7: Put opce v dlouhé pozici



Obr. 2.8: Put opce v krátké pozici



Výplatní funkce put opce z pohledu kupujícího má tvar,

$$VH = \max(X - S_T; 0), \quad (2.8)$$

výplatní funkce put opce z pohledu prodávajícího

$$VH = \min(S_T - X; 0), \quad (2.9)$$

kde X je realizační cena opce a S_T je současná cena podkladového aktiva.

Je-li současná cena podkladového aktiva menší než domluvená realizační cena, v tom případě bude opce využita a vnitřní hodnota v dlouhé pozici pak má hodnotu $X - S_T$. V krátké pozici dosahuje vnitřní hodnota záporných hodnot. Pokud však současná cena podkladového aktiva je větší než realizační cena, opce není využita a vnitřní hodnota v obou pozicích je rovna nule.

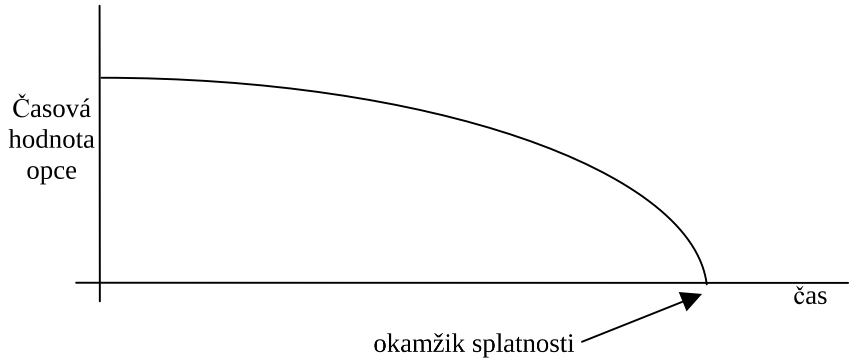
2.2.2 Časová hodnota opce

Časová hodnota opce (*time value*) odráží momentální konstelaci nabídky a poptávky po dané opci na trhu a je definována jako:

časová hodnota opce = opční prémie – vnitřní hodnota opce. (2.10)

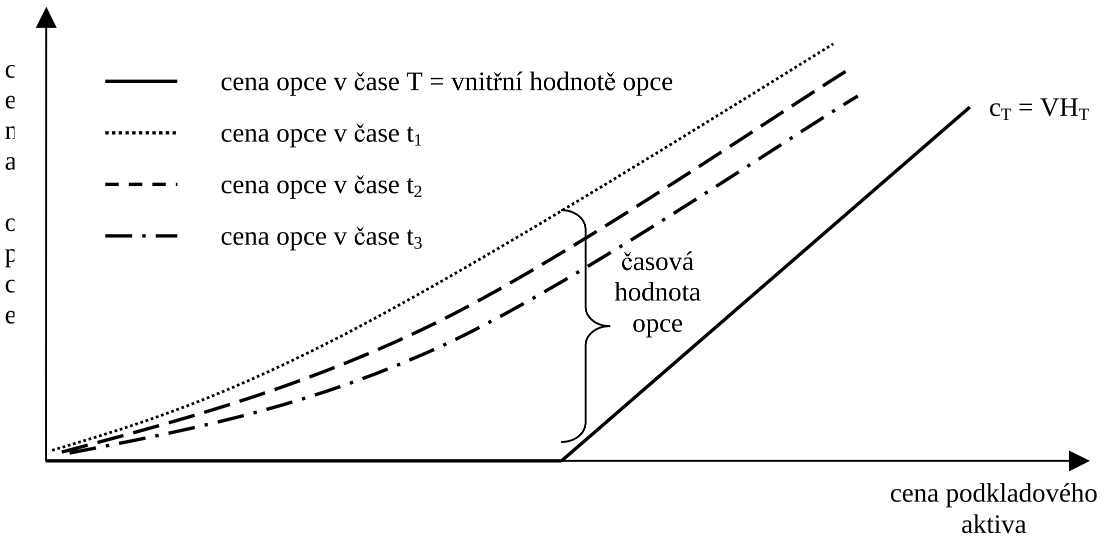
Obecně lze říci, že časová hodnota je částka, kterou je ochoten zaplatit kupující prodávajícímu opce za naději, že se během doby, která zbývá do momentu realizace, příznivě změní podmínky na trhu. Čím více se zkracuje doba do vypršení opce, tím dochází k poklesu časové hodnoty opce, jelikož klesá i pravděpodobnost jakékoli, tedy i pozitivní změny. Tuto situaci zachycuje Obr. 2.9.

Obr. 2.9: Závislost časové hodnoty opce na době do splatnosti



Pokud by časová hodnota opce byla záporná, je výhodné opci okamžitě uplatnit v případě amerických opcí. Americkou opci má totiž smysl uplatnit pouze tehdy, když je její časová hodnota záporná. U evropských opcí se na časovou hodnotu opce nebere zřetel, jelikož tento typ opcí lze uplatnit pouze v okamžiku splatnosti, kdy se cena opce rovná pouze vnitřní hodnotě opce. Obr. 2.10 znázorňuje strukturu časové hodnoty call opce pro různé doby do splatnosti.

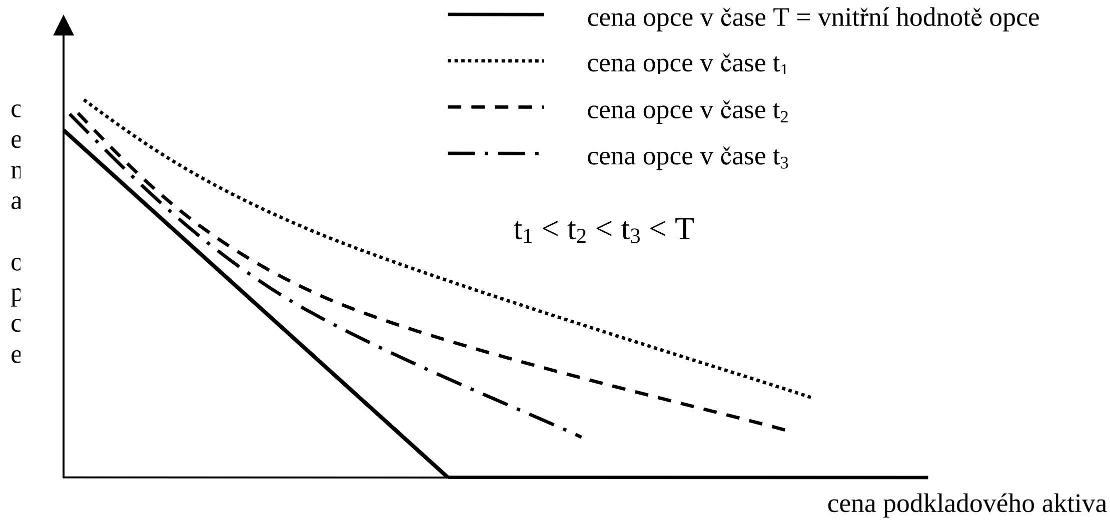
Obr. 2.10: Hodnota call opce



Z Obr. 2.10 je zřejmé, že s delší dobou do splatnosti je časová složka vyšší. Nejvyšší časovou hodnotu má opce na penězích (*at the money)*, tj. taková opce, jejíž realizační a současná cena podkladového aktiva jsou si rovny. Taková opce dává velký spekulační prostor, což zvyšuje její časovou hodnotu.

Níže uvedený Obr. 2.11 zachycuje strukturu časové hodnoty prodejní opce pro různé doby do splatnosti.

Obr. 2.11: Hodnota prodejní opce



Opět platí, že čím je delší doba do splatnosti, tím větší je spekulační prostor a také hodnota opce je vyšší.

2.3 Faktory ovlivňující cenu opce

Cena opce je po celou dobu do momentu realizace ovlivňována mnoha různými faktory. Mezi hlavní parametry, které mají na cenu opce rozhodující a bezprostřední vliv patří: současná cena podkladového aktiva, realizační cena, volatilita (rizikovost) podkladového aktiva, doba do zralosti opce, bezriziková úroková sazba a dividendový výnos.

Současná cena podkladového aktiva (S_T) je hlavním faktorem, který ovlivňuje cenu opce v závislosti na tom, o jaký typ opce jde. Jestliže poroste současná cena podkladového aktiva, poroste také cena kupní opce. Pro put opci platí opak. Při vzrůstu současné ceny podkladového aktiva naopak cena prodejní opce poklesne.

Realizační cena (X) je cena podkladového aktiva, na které se prodávající s kupujícím dohodnou dopředu. Čím nižší je realizační cena než současná cena podkladového aktiva, tím dražší je kupní opce, neboť v sobě obsahuje příslib větší výnosnosti, a tím pádem je pro investory zajímavější. V případě put opce je to samozřejmě obráceně. Pokud realizační cena převyšuje současnou cenu podkladového aktiva, je cena opce vyšší než put opce s nízkou realizační cenou.

Volatilita (rizikovost σ) podkladového aktiva měří nejistotu ohledně budoucího vývoje podkladového aktiva. Rizikovost podkladového aktiva ovlivňuje cenu opce pozitivně. Čím má podkladové aktivum vyšší volatilitu, tím se stává jeho vývoj nepředvídatelný. Investor tak může předpokládat vysoké zisky, ale musí počítat i s relativně vysokými ztrátami. Proto platí, že čím vyšší je rizikovost pokladového aktiva, tím je opce výnosnější a její cena narůstá, a to jak v případě kupní, tak prodejní opce.

Doba do splatnosti (dt) je čas, který zbývá do okamžiku uplatnění opce. Čím je tato doba delší, tím je vyšší pravděpodobnost, že mohou nastat zásadní změny pohybu cen podkladového aktiva. Pokud jsou tyto změny negativní, není vhodné opci uplatnit. Možnost pozitivních změn naopak hodnotu opce zvyšuje, a to opět jak v případě kupní, tak i prodejní opce. I když v případě put opce to nemusí být vždy pravda.

Bezriziková úroková sazba (r) ovlivňuje jednak současné hodnoty budoucích očekávaných peněžních toků z opce, ale také dlouhodobou míru růstu ceny podkladového aktiva. Bezriziková úroková sazba představuje určité srovnání s jinými finančními příležitostmi. Pokud stoupne bezriziková úroková míra, zatraktivní se ostatní finanční příležitosti. Put opce představuje potenciální částku v budoucnosti, jestliže porostou bezrizikové sazby, klesá současná hodnota budoucích příjmů a dojde tedy k poklesu ceny put opce. U kupní opce je tomu naopak. Při růstu úrokové sazby dochází k růstu ceny call opce, protože roste současná hodnota podkladového aktiva.

Dividendový výnos (q) představuje přínos z držení opce související s cenovými pohyby podkladového aktiva. Evropské opce však neumožňují profitovat z dividendových zisků. Ty samy o sobě zpravidla způsobují pokles ceny a dá se očekávat, že u kupní opce bude se zvýšením očekávaného dividendového výnosu spjat pokles opční prémie, zatímco u prodejní opce je spjat s růstem hodnoty opce. Vliv dividend je možno rozšířit i na jiná aktiva než jsou akcie. V případě opcí na zahraniční měnu odpovídá dividendovému výnosu zahraniční úroková sazba. V případě komodit lze posuzovat přínosy z okamžitého držení (spotřeby). Dividendový výnos má negativní vliv na cenu evropských call opcí.

Vliv hlavních faktorů ovlivňujících cenu opce shrnuje Tab. 2.1, za předpokladu neměnnosti ostatních faktorů, kdy symbol ↑ značí růst a symbol ↓ značí pokles ceny opce.

Tab. 2.1: Směr závislosti ceny opce na faktorech

Název faktoru	**Symbol**	**Evropské opce**		**Americké opce**	
		call	**put**	**call**	**put**
Cena podkladového aktiva	S_T	↑	↓	↑	↓
Realizační cena	X	↓	↑	↓	↑
Doba do splatnosti	dt	-	-	↑	↑
Volatilita	σ	↑	↑	↑	↑
Bezriziková sazba	r	↑	↓	↑	↓
Dividendový výnos	q	↓	↑	↓	↑

Výčet výše uvedených faktorů není v žádném případě konečný. Vysledování souvislostí mezi dalšími faktory a cenou opce je většinou velmi obtížné, špatně kvantifikovatelné a prakticky téměř nepoužitelné. Přesto za další faktory, které ovlivňují hodnotu call opce pouze okrajově a zprostředkovaně lze uvést například daňové zákony, tržní podmínky, postoj investora k riziku, regulační podmínky.

Zvýší-li se z daňového hlediska atraktivnost jednoho typu finančních příležitostí, dojde k poklesu atraktivnosti ostatních finančních nástrojů. Také změna tržních podmínek bude mít zajisté vliv na hodnotu opce. Jde hlavně o systém marží a další transakční náklady, jako jsou poplatky organizátorům trhu a dalším zprostředkovatelům.

2.4 Exotické opce

Exotické opce jsou deriváty s komplikovanější výplatou než standardní put a call opce. S většinou z nich se obchoduje mimo burzy, tj. na OTC (*over-the counter)* trzích. Exotické opce jsou sjednávány především k uspokojení konkrétních potřeb korporací či jiných zájemců a umožňují zařadit přesná očekávání či obavy ohledně budoucího vývoje. Vzhledem k tomu je více významný i risk management exotických opcí. Významným problémem při oceňování a zajišťování těchto kontraktů je často nespojitá výplata.

Exotické opce lze dělit podle Hull (2009) na: packages, nestandardní americké opce (*nonstandard american options)*, forward start opce, složené (*compound)* opce, výběrové (*chooser*) opce, bariérové (*barrier)* opce, binární (*binary)* opce, lookback opce, shout opce, asijské (*asian)* opce a vícefaktorové opce.

Packages (balíčky) představují portfolio, které se skládá ze standardních evropských call a put opcí, forwardového kontraktu, hotovosti a podkladového aktiva. Tento produkt je podobný forwardovému kontraktu nebo swapu v tom smyslu, že může vést jak k pozitivní tak k negativní výplatě. Příkladem packages jsou i kombinační opční pozice, nazývané jako *bull spreads, butterfly spreads, strangles, straddles, strip* atd. Nestandardní americké opce se liší od klasických amerických opcí, tím že předčasné uplatnění opce je omezeno určitým stanoveným momentem nebo intervalem. Příkladem tohoto typu opcí jsou bermudské opce a warranty emitované společností na její vlastní akcie. Opce, za které se platí okamžitě, ale začnou běžet, až od nějakého okamžiku v budoucnosti se nazývají forward start opce. Termíny opce jsou určeny tak, aby k onomu datu byla opce at-the-money. Složené opce jsou opce se speciálním podkladovým aktivem, další opcí. Složené opce mají dvě realizační ceny a dvě realizační data. Existují čtyři hlavní druhy složených opcí: call na call, call na put, put na call, put na put. Výběrové opce jsou opce, které se vyznačují tím, že si jejich kupující může po určité době vybrat, jestli opce bude call či put. Bariérové opce jsou opce, u kterých výplata záleží na tom, zda cena podkladového aktiva narazí na bariéru během určitého časového období. V závislosti na tom, jestli cena podkladového aktiva dosáhne v průběhu životnosti opce stanovené bariéry, dojde podle konkrétního typu derivátu buď k aktivaci opce (*knock-in opce)* nebo k jejímu zrušení *(knock-out opce).* Binární opce jsou opce s nespojitými výplatami. Výplatou je buď fixní částka, nebo žádná částka. Lookback opce, s pohledem nazpátek, jsou opce, jejichž výplata závisí na maximální nebo minimální ceně podkladového aktiva, jež bylo dosaženo během doby životnosti opce. Lookback opce se používají zejména k řešení problémů načasování vstupu na trh a opuštění trhu. Shout opce jsou evropské opce, které umožňují majiteli opce učinit během životnosti jeden „výkřik“. Asijské opce jsou opce, u nichž výplata závisí na průměrné ceně podkladového aktiva během intervalu od uzavření kontraktu po moment využití. Asijské opce se užívají především při spotřebě komodit, s čímž souvisí vystavení se riziku úrovně průměrné ceny.

Vícefaktorovým opcím, jejich charakteristice, detailnějšímu členění a objasnění je věnována samostatná kapitola 2.5.

2.5 Vícefaktorové opce

Téměř všechny vícefaktorové opce jsou obchodovatelné na mimoburzovních trzích (OTC). Zvláštním typem exotických opcí jsou vícefaktorové opce, jejichž výplatní funkce je závislá na dvou či více rizikových aktivech (faktorů), neboli portfoliu aktiv. V těchto případech je nutné zvažovat i vzájemné korelace mezi náhodnými rizikovými aktivy. Pokud jsou dvě aktiva mezi sebou korelovaná, pak opce vystavená na tyto aktiva není tak drahá, než opce vystavená na každé aktivum zvlášť. Mezi vícefaktorové opce je možno řadit rainbow opce a basket opce. Rainbow opce lze dále rozdělit podle struktury výplaty.

2.5.1 Basket opce

Basket opce jsou typem opcí, jejichž výplatní funkce je závislá na hodnotě portfolia složeného z rizikových podkladových aktiv. Podkladovým rizikovým aktivem jsou obvykle cena akcie, akciové indexy nebo měny. Vypořádání probíhá většinou v peněžní formě. Výplatní funkce basket call opce má následují tvar:

$$VH = \max(\sum_i w_i \cdot S_{i,T} - X;0), \tag{2.11}$$

v případě basket put opce platí

$$VH = \max(X - \sum_i w_i \cdot S_{i,T};0), \tag{2.12}$$

kde w_i je váha rizikového aktiva v daném portfoliu, $S_{i,T}$ je současná cena i-tého podkladového aktiva, X je realizační cena portfolia.

Basket opce jsou oblíbené pro zajištění proti devizovému riziku. Pro firmy obchodující s více měnami je výhodné uzavřít basket opce, protože tento finanční nástroj je méně nákladný, než uzavření opcí na každou měnu zvlášť.

2.5.2 Rainbow opce

Rainbow opce jsou deriváty vystavené na dvě či více rizikových podkladových aktiv. Rainbow opce jsou obvykle call a put na lepší nebo horší z *n* podkladových aktiv. Opce založené na dvou podkladových aktivech jsou označovány jako two-color rainbow opce.

Rainbow opce je možné rozdělit do čtyř hlavních skupin, a to na lepší z *n*- aktiv (*better of n-assets*), horší z *n*-aktiv (*worse of n-assets*), maximum z *n*-aktiv, minimum z *n*-aktiv.

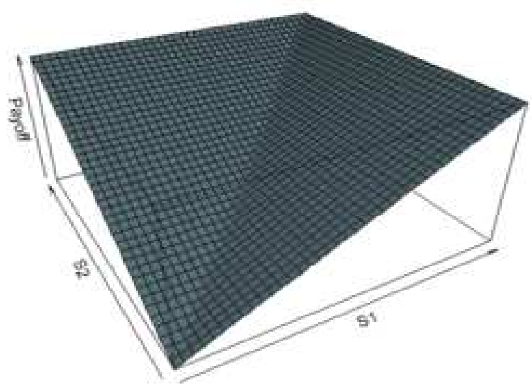
Lepší z *n*-aktiv

Držitel této opce má právo na výběr mezi počtem podkladových aktiv. V tomto případě vybere to aktivum, jehož aktuální cena v době splatnosti je nejvyšší. U tohoto typu opce není realizační cena a výplatní funkce má tvar:

$$VH = \max[\max(S_1, S_2, ...S_n);0]. \tag{2.13}$$

Obr. 2.12 znázorňuje výplatní funkci rainbow opce založené na dvou podkladových aktivech.

Obr. 2.12: Výplatní funkce rainbow opce na lepší ze dvou aktiv



Zdroj: www.sitmo.com.

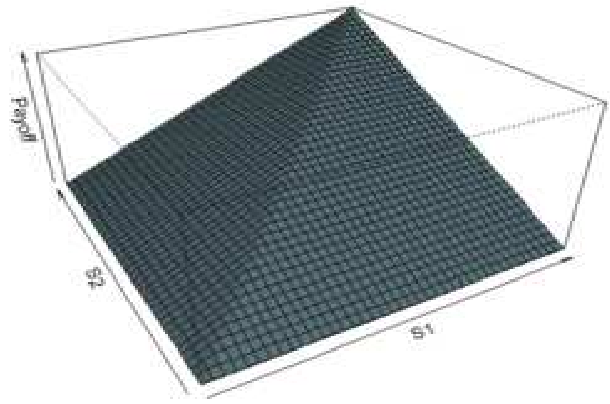
Horší z *n*-aktiv

V podstatě tento typ je opakem výše uvedené rainbow opce. Majitel opce vybere ze zvolených podkladových aktiv pouze to aktivum, které bude mít v době splatnosti minimální promptní cenu. Realizační cena je u tohoto typu opce rovna nule. Vnitřní hodnota opce je následující,

$$VH = \max[\min(S_1, S_2, ...S_n);0]. \tag{2.14}$$

Podobu vnitřní hodnoty rainbow opce na horší ze dvou podkladových aktiv znázorňuje Obr. 2.13.

Obr. 2.13: Výplatní funkce rainbow opce na horší ze dvou aktiv



Zdroj: www.sitmo.com.

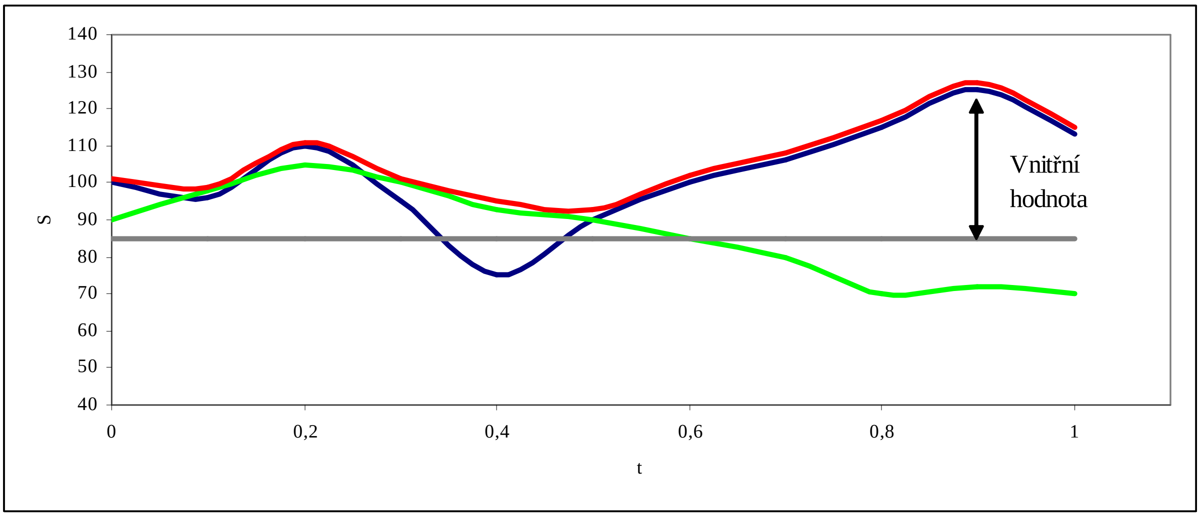
Maximum z *n*-aktiv

Tato forma rainbow opce dává vlastníkovi opce právo k nákupu nebo k prodeji jednoho aktiva z celkového počtu podkladových aktiva za sjednanou realizační cenu. Držitel opce vybere to aktivum, které má v době splatnosti nejvyšší promptní cenu. Vnitřní hodnota rainbow call opce je následující,

$$VH = \max\left[\max(S_1, S_2, ... S_n) - X; 0\right]. \qquad (2.15)$$

Obr. 2.14 zachycuje výplatní funkci rainbow call opce založenou na dvou podkladových aktivech.

Obr. 2.14: Výplatní funkce rainbow call opce



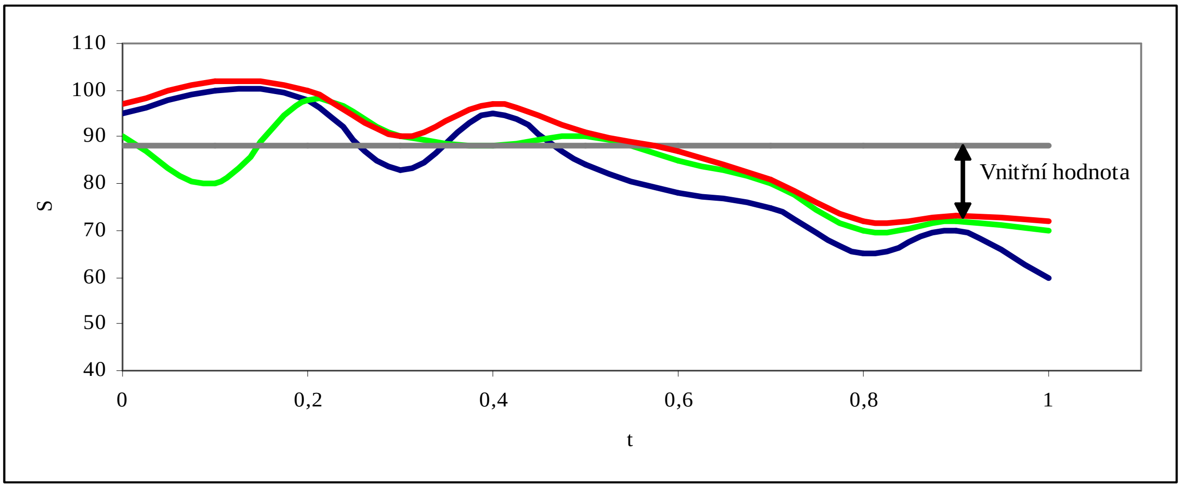
Modrá čára znázorňuje vývoj ceny podkladového aktiva S_1. Zelená čára znázorňuje vývoj ceny podkladového aktiva S_2. Šedá čára značí sjednanou realizační cenu. Vnitřní hodnota rainbow call opce na maximum ze dvou podkladových aktiv je znázorněna červenou čarou. Na ose y je zobrazena současná cena podkladových aktiv, na ose x je zobrazen čas.

V případě rainbow put opce na maximum z *n*-aktiv je vnitřní hodnota následující

$$VH = \max\left[X - \max(S_1, S_2, \ldots S_n); 0\right] \tag{2.16}$$

Obr. 2.15 zachycuje výplatní funkci rainbow put opce založenou na dvou podkladových aktivech.

Obr. 2.15: Výplatní funkce rainbow put opce



Červenou čarou je znázorněna vnitřní hodnota rainbow put opce na maximum ze dvou podkladových aktiv.

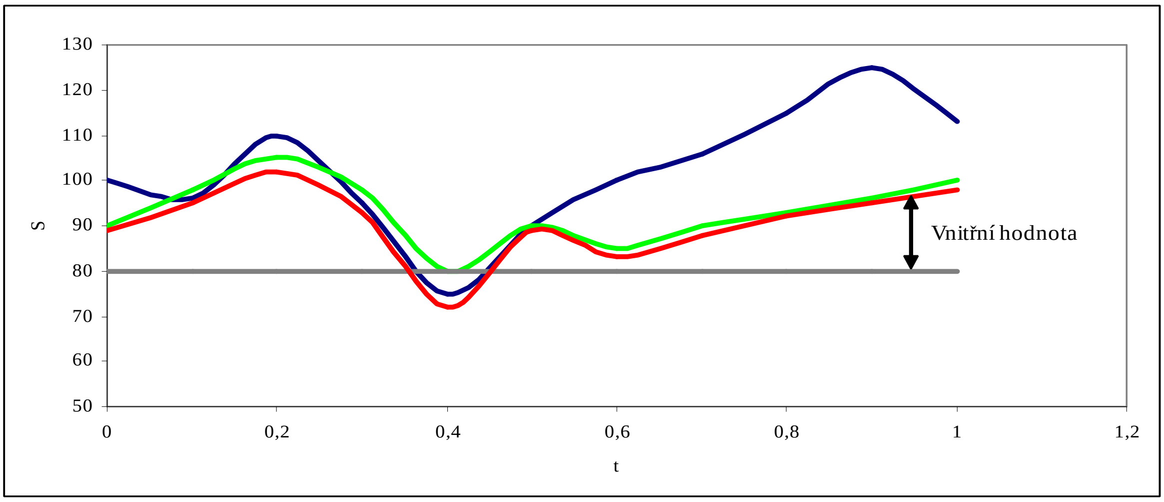
Minimum z *n*-aktiv

Tato forma rainbow opce je protikladem opce na maximum z *n*-aktiv. Vlastníkovi opce dává právo k nákupu, v případě call opce nebo právo k prodeji, v případě put opce jednoho aktiva z celkového počtu podkladových aktiva za sjednanou realizační cenu. Držitel opce vybere to aktivum, které má v době splatnosti minimální současnou cenu. Výplatní funkce rainbow call opce je určena jako

$$VH = \max\left[\min(S_1, S_2, \ldots S_n) - X; 0\right] \tag{2.17}$$

Obr. 2.16 zachycuje výplatní funkci rainbow call opce založenou na dvou podkladových aktivech.

Obr. 2.16: Výplatní funkce rainbow call opce



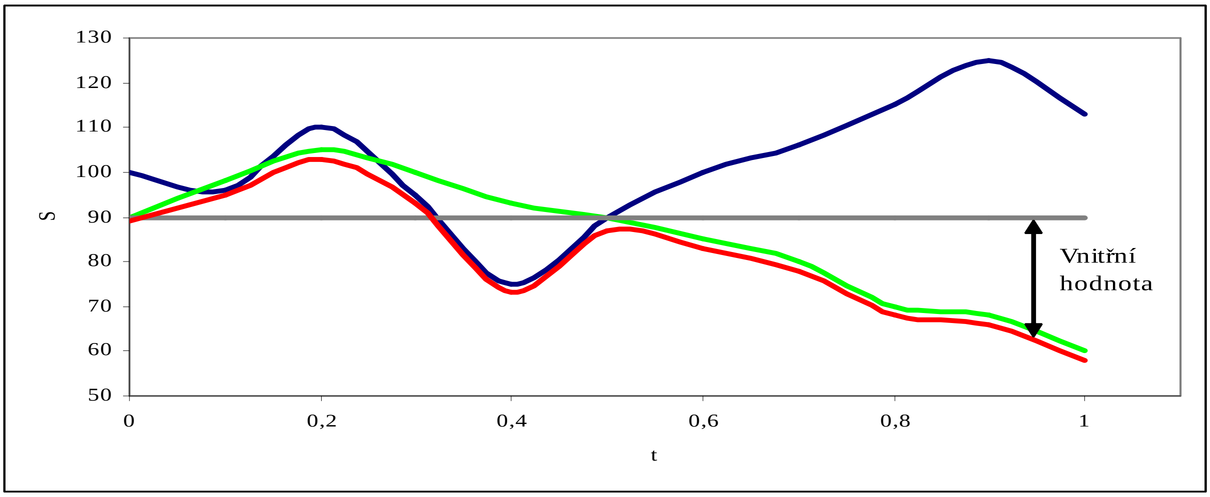
Vnitřní hodnota rainbow call opce na minimum ze dvou podkladových aktiv je znázorněna červenou čarou.

V případě rainbow put opce na minimum z *n*-aktiv má vnitřní hodnota následující tvar

$$VH = \max\left[X - \min(S_1, S_2, \ldots S_i);0\right]. \tag{2.18}$$

Obr. 2.17 zachycuje výplatní funkci rainbow put opce založenou na dvou podkladových aktivech.

Obr. 2.17: Výplatní funkce rainbow put opce



3 Popis metodických přístupů oceňování vícefaktorových opcí

Metody oceňování opcí je možné podle Zmeškal (2004) dělit na: analytické, numerické a simulační.

Mezi analytické metody, které jsou odvozené vzorcem, patří Black-Scholesův model. Příkladem numerických metod je binomický model, trinomický model nebo také multinomické modely. Smyslem simulačních metod je generování náhodných scénářů, příkladem této skupiny je metody Monte Carlo.

Samotné oceňování vícefaktorových opcí je natolik složitý proces, že jsou zde uvedeny jen základní metody oceňování. Oceňování vícefaktorových opcí je možno provést pomocí dvou základních modelů, a to dvoufaktorového binomického modelu a pomocí simulace Monte Carlo.

3.1 Black-Scholesův model

Black-Scholesův model oceňování opcí (dále BS model) umožňuje analytické řešení stanovení ceny vybraných typů opcí. BS model byl poprvé použit v roce 1973 a jeho autory jsou ekonomové Black Fischer a Myron Scholes.

BS model je založen na předpokladu nezávisle se vyvíjející ceny podkladového aktiva. Ta se vyvíjí dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami. Dalším předpokladem je zejména konstantní volatilita aktiv. Tento model také předpokládá, že je možné zapůjčení hotovosti za konstantní bezrizikovou úrokovou sazbu. Neexistují transakční náklady a daně, všechna aktiva jsou perfektně dělitelná a dále neexistují příležitosti pro arbitráž a je povolen krátký prodej, tedy prodej aktiva se záměrem pozdější koupě.

Cena evropské call opce podle Black a Scholes (1973) se určí za daných předpokladů následovně:

$$c = S_0 \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(d_2), \tag{3.1}$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt}{\sigma \cdot \sqrt{dt}}, \tag{3.2}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{dt} = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt}{\sigma \cdot \sqrt{dt}}. \tag{3.3}$$

Přitom *c* je cena evropské call opce, S_0 je výchozí cena podkladového aktiva, *X* je realizační cena, *r* je bezriziková úroková sazba, která je konstantní, *dt* je doba do vypršení opce, σ je volatilita neboli směrodatná odchylka spojitého výnosu podkladového aktiva. Symboly $N(d_1)$ a $N(d_2)$ udávají hodnotu distribuční funkce kumulativního normovaného normálního rozdělení, $e^{-r \cdot dt}$ je spojitý diskontní faktor.

Cena evropské put opce se vypočte takto,

$$p = e^{-r \cdot dt} \cdot X \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot N(-d_1), \tag{3.4}$$

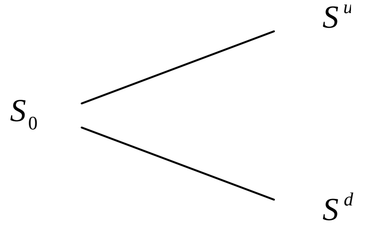
kde d_1 a d_2 jsou stejné jako u call opce a *p* je cena evropské put opce.

Mezi hlavní výhody tohoto modelu patří především jednoduchost výpočtu. Nevýhodou je existence poměrně široké škály předpokladů platnosti modelu. Většina z nich je v reálném světě v podstatě nedosažitelná. Přesto tento model patří stále k nejvyužívanějším prostředkům při oceňování, zajišťování a replikaci opcí.

3.2 Binomický model

Binomický model je stochastický (nespojitý) model, u něhož se předpokládá, že se cena podkladového aktiva mění v průběhu času diskrétní způsobem, tzn., že se mohou z jednoho výchozího stavu vyskytnout pouze dvě situace: růst (s indexem růstu *u*) nebo pokles (s indexem poklesu *d*) ceny podkladového aktiva. Tuto situaci zachycuje níže uvedený Obr. 3.1

Obr. 3.1: Diskrétní vývoj ceny podkladového aktiva



U binomického modelu se předpokládá, že neexistují transakční náklady a daně, všechna aktiva jsou perfektně dělitelná a dále neexistují příležitosti pro arbitráž a je povolen krátký prodej, tedy prodej aktiva se záměrem pozdější koupě. Dalším předpokladem je, že výnos podkladových aktiv je roven bezrizikové sazbě *r*. Budoucí peněžní toky se diskontují na současnou hodnotu pomocí bezrizikové sazby. Tento model lze použít pro ocenění jak evropských, tak také amerických opcí.

Cenu opce je možné stanovit podle Zmeškal (2004) na základě dvou přístupů, a to replikační strategie a hedgingové strategie.

Replikační strategie je založena na předpokladu, že lze sestavit portfolio složené z podkladového aktiva a bezrizikové výpůjčky, a to tak, že hodnota portfolia replikuje (kopíruje) hodnotu opce při jakémkoli vývoji podkladového aktiva. Hodnota replikačního portfolia na začátku v čase *t*,

$$\Pi_t = a \cdot S_t + B_t . \tag{3.5}$$

Hodnota portfolia na konci v čase $t + dt$ při růstu ceny,

$$\Pi^u_{t+dt} = a \cdot S^u_{t+dt} + B \cdot (1+r)^{dt} , \tag{3.6}$$

hodnota portfolia na konci v čase $t + dt$ při poklesu ceny,

$$\Pi^d_{t+dt} = a \cdot S^d_{t+dt} + B \cdot (1+r)^{dt} , \tag{3.7}$$

kde *a* je množství podkladových aktiv, *S* je hodnota podkladového aktiva, *B* je hodnota bezrizikové výpůjčky, *r* je bezriziková sazba, *u* (resp. *d*) jsou koeficienty růstu (resp. poklesu) cen podkladového aktiva.

Při platnosti zákona jedné ceny a nemožnosti arbitráže musí platit,

$$c_t = \Pi_t , \tag{3.8}$$

kde c_t je cena opce, Π_t je hodnota portfolia.

V době realizace se cena opce rovná vnitřní hodnotě a pro call opci má tvar:

$$c^u_{t+dt} = VH^u_{t+dt} = \max\left(S^u_{t+dt} - X ;0\right), \tag{3.9}$$

nebo

$$c^d_{t+dt} = VH^d_{t+dt} = \max\left(S^d_{t+dt} - X ;0\right), \tag{3.10}$$

kde *X* je realizační cena.

Ze soustavy tří rovnic (3.5), (3.6) a (3.7) se získá obecný vztah pro výpočet ceny opce. Tedy nejdříve se vyjádří *a* a *B* z rovnic (3.6), (3.7) a poté se dosadí do rovnice (3.5),

$$c_t \cdot (1+r)^{dt} = c^u_{t+dt} \cdot \left[\frac{(1+r)^{dt} \cdot S_t - S^d_{t+dt}}{S^u_{t+dt} - S^d_{t+dt}}\right] + c^d_{t+dt} \cdot \left[\frac{S^u_{t+dt} - (1+r)^{dt} \cdot S_t}{S^u_{t+dt} - S^d_{t+dt}}\right]. \tag{3.11}$$

Zjednodušeně se dá zapsat jako

$$c_t = (1+r)^{-dt} \cdot \left[c^u_{t+dt} \cdot p + c^d_{t+dt} \cdot (1-p)\right]. \tag{3.12}$$

Cena opce se určí jako současná hodnota střední hodnoty opce v následujícím období na bázi rizikově neutrální pravděpodobnosti.

$$c_t = (1+r)^{-dt} \cdot E\left[c_{t+dt}\right]. \tag{3.13}$$

Jak bylo uvedeno, cena evropské opce c_0 dle rovnice (2.13) je rovna současné hodnotě střední hodnoty náhodné vnitřní hodnoty opce v době zralosti *T*,

$$c_0 = PV\left[E(VH_T)\right]. \tag{3.14}$$

V případě oceňování americké opce je nutné vzít v úvahu možnost uplatnění opce do zralosti, což závisí na vnitřní hodnotě opce. Rovnice (3.12) je modifikována takto,

$$c_t = \max\left[(1+r)^{-dt} \cdot \left(c^u_{t+dt} \cdot p_u + c^d_{t+dt} \cdot p_d\right); VH_t\right]. \tag{3.15}$$

Při splnění podmínky nemožnosti arbitráže musí platit, že

$$d < (1+r)^{dt} < u.$$

Hedgingová strategie je založena na vytvoření portfolia, které je složené z h-podílu podkladového aktiva a krátké pozice v call opci na stejné podkladové aktivum. Hodnota portfolia na začátku v čase *t*,

$$\Pi_t = h \cdot S_t - c_t, \tag{3.16}$$

hodnota portfolia na konci období v čase $t + dt$ při růstu ceny,

$$\Pi^u_{t+dt} = h \cdot S^u_{t+dt} - c^u_{t+dt}, \tag{3.17}$$

hodnota portfolia na konci období v čase $t + dt$ při poklesu ceny,

$$\Pi^d_{t+dt} = h \cdot S^d_{t+dt} - c^d_{t+dt}, \tag{3.18}$$

kde *h* je zajišťovací poměr (množství podkladových aktiv).

Zajištění proti pohybu náhodné změny ceny podkladového aktiva znamená, že hodnota portfolia bude stejná na konci období, ať se cena změní směrem nahoru na dolu, tedy platí

$$\Pi^u_{t+dt} = \Pi^d_{t+dt}, \tag{3.19}$$

$$h \cdot S^u_{t+dt} - c^u_{t+dt} = h \cdot S^d_{t+dt} - c^d_{t+dt}. \tag{3.20}$$

Z toho vyplývá, že zajišťovací poměr se určí jako

$$h = \frac{c_{t+dt}^{u} - c_{t+dt}^{d}}{S_{t+dt}^{u} - S_{t+dt}^{d}} = \frac{\Delta c}{\Delta S}. \tag{3.21}$$

Pokud se předpokládá rizikově neutrální přístup, potom hedgingové portfolio má bezrizikový výnos a platí

$$(h \cdot S_t - c_t) \cdot (1 + r)^{dt} = h \cdot S_{t+dt}^{u} - c_{t+dt}^{u}, \tag{3.22}$$

nebo

$$(h \cdot S_t - c_t) \cdot (1 + r)^{dt} = h \cdot S_{t+dt}^{d} - c_{t+dt}^{d}. \tag{3.23}$$

Z toho je možné určit cenu opce dvojím způsobem,

$$c_t = \frac{h \cdot S_t - \left(h \cdot S_{t+dt}^{u} - c_{t+dt}^{u}\right)}{(1 + r)^{dt}}, \tag{3.24}$$

nebo

$$c_t = \frac{h \cdot S_t - \left(h \cdot S_{t+dt}^{d} - c_{t+dt}^{d}\right)}{(1 + r)^{dt}}. \tag{3.25}$$

3.2.1 Jednofaktorový binomický model

Pro finanční aktiva je charakteristický náhodný vývoj v čase. Tento průběh vývoje bývá označován jako stochastický proces. Jde tedy o posloupnost náhodných veličin v čase. Klíčovými pojmy jsou Wienerův proces, Brownův geometrický proces, Itôův proces a Itôova lema. Všechny výše zmíněné procesy jsou typem Mean-Variance, a proto výsledek numerické aproximace musí odpovídat vybraným statistickým momentům, kterými jsou zpravidla střední hodnota a rozptyl.

Stochastické procesy lze vyjádřit pomocí stochastických diferenciálních rovnic, které mají obecný tvar vyjádřený Itôovou rovnicí. Itôův proces je definován pro proměnnou *x* následovně,

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz. \tag{3.26}$$

Přitom *a(.)* je přírůstek proměnné, *b(.)* je směrodatná odchylka změny proměnné.

Zvláštní případem je geometrický Brownův proces, u něhož se cena podkladového aktiva vyvíjí exponenciálním trendem, je určen takto,

$$dx = \alpha \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz, \tag{3.27}$$

také se dá zapsat pro snadnou interpretaci jednotlivých parametrů a celého procesu,

$$\frac{dx}{x} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz, \tag{3.28}$$

kde α je průměrný výnos, zpravidla za období jednoho roku, σ je směrodatná odchylka za rok. Střední hodnota $E(dx) = \alpha \cdot dt,$ rozptyl $\mathrm{var}(dx) = \sigma^2 \cdot dt.$

V případě logaritmické transformace $y = \ln(x)$ a s využitím Itôovy lemy tento proces přechází v aritmetický Brownův proces, který je definován takto,

$$dy = (r - \frac{\sigma^2}{2}) \cdot dt + \sigma \cdot dz. \tag{3.29}$$

Po substituci za střední hodnotu

$$g = \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right), \tag{3.30}$$

pak transformovaný geometrický Brownův proces je následující,

$$dy = g \cdot dt + \sigma \cdot dz, \tag{3.31}$$

kde *dy* je přírůstek veličiny, *g* je průměrný výnos za určitý časový interval, *dt* je změna času, σ je směrodatná odchylka přírůstku dané veličiny, *dz* je specifický Wienerův proces. Tedy střední hodnota $E(dy) = g \cdot dt$, rozptyl je $\mathrm{var}(dy) = \sigma^2 \cdot dt.$

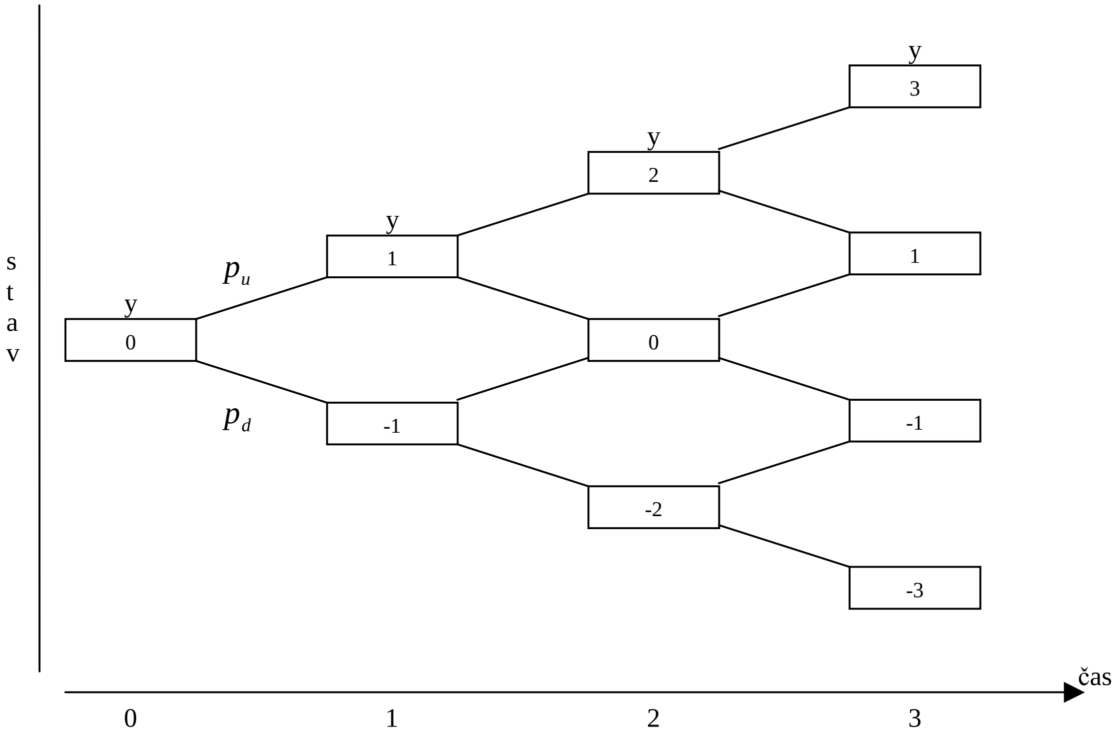
Vývoj hodnoty aktiv se dá vyjádřit následovně:

$$y_{t+1} = y_t + u \cdot \Delta y, \tag{3.32}$$

kde *u* vyjadřuje počet vzrůstu hodnoty aktiva za dané období, Δy je přírůstek hodnoty podkladového aktiva.

Vývoj aktiv pro tři období pomocí binomického modelu zachycuje Obr. 3.1.

Obr. 3.1: Jednofaktorový binomický strom



Každý uvedený uzel je charakterizován stavem (*u*) a časem (*t*). Stanovené pravděpodobnosti růstu p_u a poklesu p_d musí být kladná čísla v intervalu (0,1).

Geometrický Brownův proces je založen na normálním rozdělení, v tomto případě jsou odpovídajícími momenty střední hodnota a rozptyl. Jsou určeny následujícími rovnicemi, jak uvádí Zmeškal (2006):

$$p_u \cdot (\Delta y) + p_d \cdot (-\Delta y) = g \cdot \Delta t, \tag{3.33}$$

$$p_u \cdot (\Delta y)^2 + p_d \cdot (-\Delta y)^2 = \sigma^2 \cdot \Delta t + (g \cdot \Delta t)^2, \tag{3.34}$$

dále musí platit, že

$$p_u + p_d = 1. \tag{3.35}$$

Tím se získají tři rovnice o třech neznámých, kterými jsou pravděpodobnosti růstu, poklesu (p_u, p_d) a přírůstek hodnoty (Δy). Z rovnice (3.35) se vyjádří pravděpodobnost poklesu (p_d),

$$p_d = 1 - p_u, \tag{3.36}$$

dosadí se do rovnice (2.33) a tím je získána pravděpodobnost růstu

$$p_u = \frac{g \cdot \Delta t + \Delta y}{\Delta y + \Delta y}, \tag{3.37}$$

nebo jinak vyjádřeno

$$p_u = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{g \cdot \Delta t}{\Delta y} + 1 \right). \tag{3.38}$$

Přírůstek hodnoty podkladového aktiva je vyjádřen následovně

$$\Delta y = \sqrt{\sigma^2 \cdot \Delta t + \left(g \cdot \Delta t \right)^2}. \tag{3.39}$$

Je-li splněna podmínka nemožnosti arbitráže, poté musí platit

$$-\Delta y \le g \cdot \Delta t \le \Delta y. \tag{3.40}$$

3.2.2 Dvoufaktorový binomický model

Hlavní předpoklad podle Zmeškal (2006) dvoufaktorového binomického modelu spočívá v tom, že jsou dány dva rizikové faktory *y1* a *y2*, včetně jejich korelace $\rho_{12.}$ a kovariance σ_{12}. U binomického modelu se dále předpokládá, že neexistují transakční náklady a daně, všechna aktiva jsou perfektně dělitelná, neexistují příležitosti pro arbitráž a je povolen krátký prodej. Dále se předpokládá, že výnos podkladových aktiv je roven bezrizikové sazbě *r*. Budoucí peněžní toky se diskontují na současnou hodnotu pomocí bezrizikové sazby.

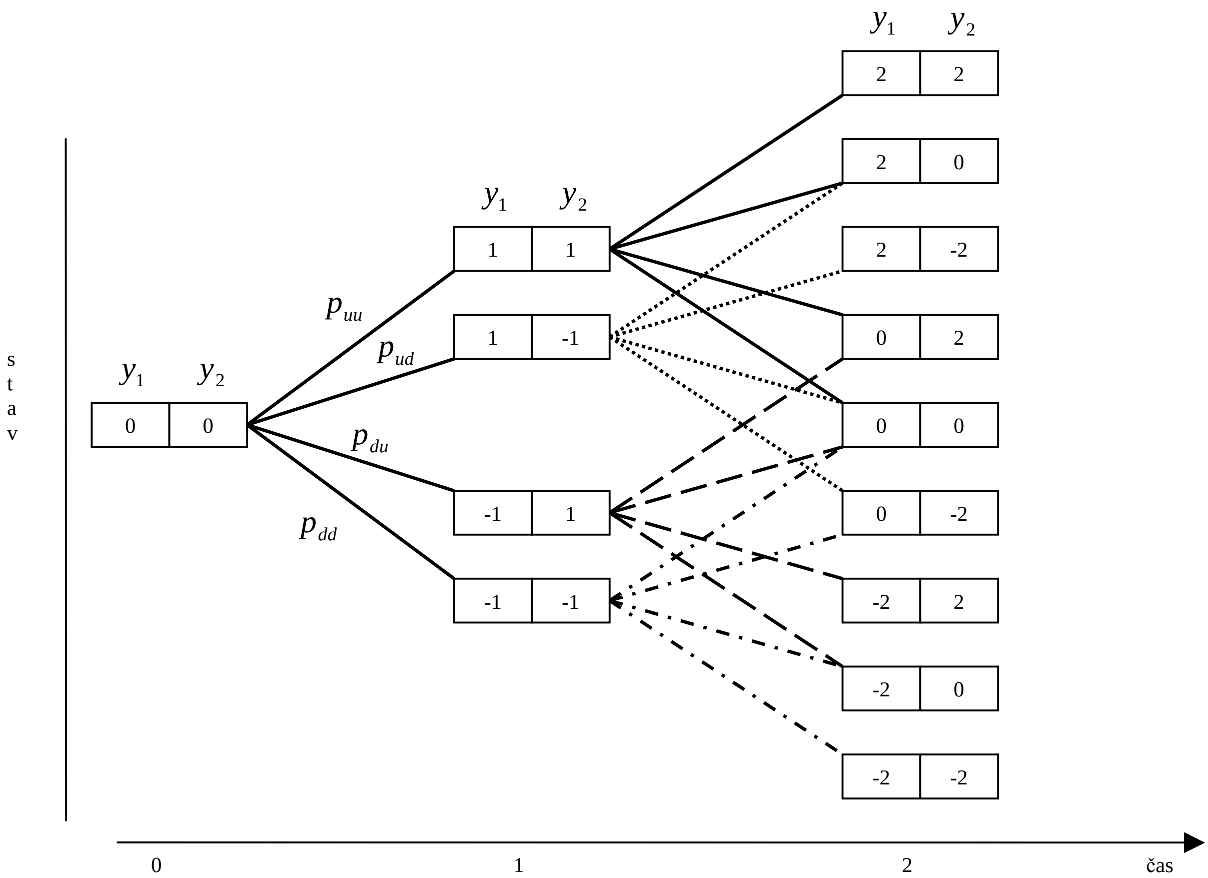
Vývoj hodnoty podkladových aktiv dle logaritmicky transformovaného geometrického Brownova procesu se dá vyjádřit následovně:

$$y_{i,t+1} = y_{i,t} + u_i \cdot \Delta y_i, \tag{3.41}$$

kde u_i vyjadřuje počet vzrůstů hodnoty jednotlivých rizikových aktiv za dané období, Δy je přírůstek hodnoty *i* - tého podkladového aktiva.

Na Obr. 3.2 je zobrazen vývoj dvou rizikových podkladových aktiv pomocí binomického modelu. Každý uzel je charakterizován stavem, tj. počtem vzrůstů za dané období u obou rizikových aktiv, a časem (u_1, u_2, t).

Obr. 3.2 - Dvoufaktorový binomický model



Stanovené pravděpodobnosti přechodu $p_{uu}, p_{ud}, p_{du}, p_{dd}$ musí být kladná čísla v intervalu od nuly do jedné. Vzhledem k tomu, že je geometrický Brownův proces založen na normálním rozdělení, v tomto případě jsou odpovídajícími statistickými momenty střední hodnoty, rozptyly a kovariance. Tyto statistické momenty jsou určeny následujícími rovnicemi, jak uvádí Zmeškal (2006):

$$p_{uu} \cdot (\Delta y_1) + p_{ud} \cdot (\Delta y_1) + p_{du} \cdot (-\Delta y_1) + p_{dd} \cdot (-\Delta y_1) = g_1 \cdot \Delta t, \tag{3.42}$$

$$p_{uu} \cdot (\Delta y_2) + p_{ud} \cdot (-\Delta y_2) + p_{du} \cdot (\Delta y_2) + p_{dd} \cdot (-\Delta y_2) = g_2 \cdot \Delta t, \tag{3.43}$$

$$p_{uu} \cdot (\Delta y_1)^2 + p_{ud} \cdot (\Delta y_1)^2 + p_{du} \cdot (-\Delta y_1)^2 + p_{dd} \cdot (-\Delta y_1)^2 = \sigma_1^2 \cdot \Delta t + (g_1 \cdot \Delta t)^2, \tag{3.44}$$

$$p_{uu} \cdot (\Delta y_2)^2 + p_{ud} \cdot (-\Delta y_2)^2 + p_{du} \cdot (\Delta y_2)^2 + p_{dd} \cdot (-\Delta y_2)^2 = \sigma_2^2 \cdot \Delta t + (g_2 \cdot \Delta t)^2, \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned} & p_{uu} \cdot (\Delta y_1 \cdot \Delta y_2) + p_{ud} \cdot (\Delta y_1 \cdot -\Delta y_2) + p_{du} \cdot (-\Delta y_1 \cdot \Delta y_2) + p_{dd} \cdot (-\Delta y_1 \cdot -\Delta y_2) = \\ & = \sigma_{12} \cdot \Delta t + g_1 \cdot g_2 \cdot \Delta t^2, \end{aligned} \tag{3.46}$$

musí také platit následující,

$$p_{uu} + p_{ud} + p_{du} + p_{dd} = 1. \tag{3.47}$$

Výsledkem je šest rovnic o šesti neznámých, $p_{uu}, p_{ud}, p_{du}, p_{dd}, \Delta y_1, \Delta y_2$, což jsou pravděpodobnosti pro kombinace růstu a poklesu obou podkladových aktiv (resp. faktorů), dále přírůstky hodnot obou faktorů. Řešení je následující:

$$p_{uu} = \frac{1}{4}\cdot\left(1+\frac{g_1\cdot\Delta t}{y_1}+\frac{g_2\cdot\Delta t}{y_2}+\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{y_1\cdot y_2}\right), \tag{3.48}$$

$$p_{ud} = \frac{1}{4}\cdot\left(1+\frac{g_1\cdot\Delta t}{y_1}-\frac{g_2\cdot\Delta t}{y_2}-\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{y_1\cdot y_2}\right), \tag{3.49}$$

$$p_{du} = \frac{1}{4}\cdot\left(1-\frac{g_1\cdot\Delta t}{y_1}+\frac{g_2\cdot\Delta t}{y_2}-\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{y_1\cdot y_2}\right), \tag{3.50}$$

$$p_{dd} = \frac{1}{4}\cdot\left(1-\frac{g_1\cdot\Delta t}{y_1}-\frac{g_2\cdot\Delta t}{y_2}+\frac{\sigma_{12}\cdot\Delta t+g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{y_1\cdot y_2}\right). \tag{3.51}$$

Přírůstky hodnot $\Delta y_1, \Delta y_2$ podkladových aktiv jsou vyjádřeny následovně:

$$\Delta y_1 = \sqrt{\sigma_1^2\cdot\Delta t+(g_1\cdot\Delta t)^2}, \tag{3.52}$$

$$\Delta y_2 = \sqrt{\sigma_2^2\cdot\Delta t+(g_2\cdot\Delta t)^2}. \tag{3.53}$$

Podmínky nemožnosti arbitráže jsou následující,

$$\rho_{12} \geq \frac{(-1+A+B)\cdot\Delta y_1\cdot\Delta y_2-g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\sigma_1\cdot\sigma_2\cdot\Delta t}, \tag{3.54}$$

$$\rho_{12} \leq \min\left[\begin{matrix}\dfrac{(-1-A+B)\cdot\Delta y_1\cdot\Delta y_2-g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\sigma_1\cdot\sigma_2\cdot\Delta t}; \\ \dfrac{(-1+A-B)\cdot\Delta y_1\cdot\Delta y_2-g_1\cdot g_2\cdot\Delta t^2}{\sigma_1\cdot\sigma_2\cdot\Delta t}\end{matrix}\right], \tag{3.55}$$

kde

$$A = \frac{g_1\cdot\Delta t}{y_1}, \tag{3.56}$$

$$B = \frac{g_2\cdot\Delta t}{y_2}. \tag{3.57}$$

3.3 Simulace Monte Carlo

Mezi alternativní metody oceňování opcí patří simulační metody, které je možné souhrnně označit jako metody Monte Carlo. Jedná se o efektivní numerický postup, který je vhodné použít zejména při hledání hodnoty opcí se složitějšími výplatními funkcemi nebo při komplexnější povaze podkladových faktorů. Simulační metody se vyznačují nezbytností provádět značné množství pokusů a výpočtů.

Poprvé simulaci Monte Carlo v rámci ekonomie využil v roce 1977 americký ekonom Pehlim Boyle.

Prvním krokem metody je odhad vstupních parametrů důležitých ke stanovení ceny opce. Pro simulaci Monte Carlo jsou nezbytné následující parametry: očekávaný výnos podkladových aktiv, volatilita podkladových aktiv, korelační matice, kovarianční matice a Choleskeho dekompozice. Předpokládá se, že podkladovými aktivy jsou akcie.

Výnos aktiv

Výnos akcie je míra zisku plynoucího z investování do dané akcie. Odhaduje se z historických tržních cen akcií. Denní spojitý výnos na bázi logaritmů lze určit jako,

$$\mu_i = \ln S_i - \ln S_{i-1} = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right), \tag{3.58}$$

průměrný denní výnos jednotlivých akcií je možné vyjádřit takto,

$$\overline{\mu} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \mu_i, \tag{3.59}$$

kde N je celkový počet uzavíracích kurzů podkladového aktiva.

Volatilita aktiv

Volatilita představuje míru rizika změn ceny podkladového aktiva za určité období. Je měřena pomocí směrodatné odchylky. Existují dva přístupy stanovení volatility: historický (explicitní) přístup a implied volatility přístup.

Implied přístupu lze použit pro odvození volatility pomocí BS modelu z tržních cen akcií.

V případě explicitního přístupu lze určit výběrový rozptyl z historických hodnot růstu či poklesu výnosů akcií s použitím vztahu

$$\sigma^2_{denní} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_i^N (\mu_i - \overline{\mu})^2 , \tag{3.60}$$

přepočet rozptylu na roční bázi

$$\sigma^2_{roční} = K \cdot \sigma^2_{denní} , \tag{3.61}$$

kde K je počet obchodních dnů.

Roční směrodatná odchylka výnosů podkladového aktiva je poté určena jako

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2_{roční}} . \tag{3.62}$$

Korelační matice

Korelační matice vyjadřuje míru lineární závislosti mezi jednotlivými podkladovými aktivy.

$$R = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2n} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \cdots & \rho_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \cdots & \rho_{nn} \end{pmatrix} . \tag{3.63}$$

Korelační koeficient ρ_{ij} může nabývat hodnot od −1 až po +1. Čím je ρ_{ij} větší, tím vyšší je stupeň lineární závislosti mezi podkladovými aktivy. Naopak čím je hodnota korelačního koeficientu menší, tím je menší vzájemná závislost aktiv. Lze ho vyjádřit následovně:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} . \tag{3.64}$$

Kovarianční matice

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \dots & \sigma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}. \tag{3.65}$$

Kovariance σ_{ij} může nabývat hodnot od $-\infty$ do $+\infty$ a je určena podle následujícího vzorce:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j . \tag{3.66}$$

Choleskeho dekompozice

V případě simulace portfolia aktiv je nezbytné při generování náhodných veličin vzít v úvahu korelace mezi náhodnými faktory. Jednou z možností je provést generování náhodného vektoru prvotních faktorů $(\tilde{z})$ podle Choleskeho algoritmu takto,

$$\tilde{z}^T = \vec{\varepsilon}^T \cdot P, \tag{3.67}$$

kde $\tilde{z}$ je vektor závislých náhodných proměnných, $\vec{\varepsilon}$ je vektor nezávislých náhodných proměnných z normovaného normálního rozdělení N*(0;1)*, *P* je horní trojúhelníková matice odvozená z kovarianční matice *C*.

Vztah mezi maticí *P* a kovarianční maticí *C* je následující,

$$C = P \cdot P^T . \tag{3.68}$$

Horní trojúhelníková matice se sestrojí podle níže uvedených pravidel, jak uvádí Zmeškal (2004):

$$p_{ii} = \sqrt{\sigma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki}^2}, \qquad \text{pro } i = 1,2,\dots N, \tag{3.69}$$

$$p_{ij} = \frac{1}{p_{ii}} \cdot \left(\sigma_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} p_{ki} \cdot p_{kj} \right), \qquad \text{pro } 1 \le i < j \le N, \tag{3.70}$$

$$p_{1j} = \frac{\sigma_{1j}}{\sqrt{\sigma_{11}}} = \frac{\sigma_{1j}}{p_{11}}, \qquad \text{pro } j = 1,2,\dots N, \tag{3.71}$$

$$p_{ij} = 0, \qquad \text{pro } i > j; i, j = 1,2,\dots N. \tag{3.72}$$

Náhodné prvky $\tilde{\varepsilon}$ by měly vykazovat vlastnosti normovaného normálního rozdělení, $\tilde{\varepsilon} \in N(0;1)$.

Vývoj ceny podkladového aktiva

Wienerův proces je základním prvkem ostatních procesů vývoje cen finančních aktiv a je definován takto,

$$\tilde{z}_t - z_0 \equiv dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \tag{3.73}$$

přitom $\tilde{z}$ je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení N(0;1).

Významným procesem, který má velké uplatnění ve finančním modelování a je využíván při oceňování opcí, je geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami. V případě tohoto procesu se předpokládá, že cena podkladového aktiva se vyvíjí exponenciálním trendem a je určena takto

$$dS = \alpha \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dz. \tag{3.74}$$

S využitím Itôovi lemy pro funkci $G = \ln x$ lze zapsat, že

$$dG = d \ln S = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz. \tag{3.75}$$

Dynamiku hodnoty podkladového aktiva při rizikově neutrálním přístupu je možné vyjádřit následujícím způsobem, viz. Boyle (1977):

$$S_{t+dt} = S_t \cdot EXP\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot dt + \sigma \cdot \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}\right], \tag{3.76}$$

kde r je bezriziková sazba, σ^2 je rozptyl výnosů rizikového aktiva, σ je směrodatná odchylka výnosů rizikového aktiva, dt je doba do zralosti opce, $\tilde{z} \cdot \sqrt{dt}$ je Wienerův proces.

Hodnota podkladového aktiva má charakter lognormálního rozdělení tzn., že finanční aktiva vykazuje kladné hodnoty.

Simulace Monte Carlo lze v případě hledání správně hodnoty opcí zpravidla vykonávat v rizikově neutrálním prostředí. V takovém případě hodnota basket call (resp. basket put) opce v čase t s dobou splatnosti T odpovídá očekávané výplatě diskontované k počátku t, tedy

$$c_t = e^{-r \cdot dt} \cdot E_{t,T}(P - X;0), \tag{3.77}$$

$$p_t = e^{-r \cdot dt} \cdot E_{t,T}(X - P;0), \tag{3.78}$$

kde P je hodnota portfolia aktiv, X je realizační cena, $e^{-r \cdot dt}$ je spojitý diskontní faktor.

4 Ověření a posouzení vybraných metod oceňování

Tato část práce je zaměřena na ověření a posouzení vybraných metod oceňování vícefaktorových opcí.

V podkapitole 4.1 je proveden výpočet ceny americké basket call a basket put opce na portfolio, které je složeno ze dvou akcií společností Google a Yahoo. Pro stanovení ceny opce se použije dvoufaktorový binomický model. Princip ocenění basket opce na bázi binomického modelu je blíže vysvětlen v odstavci 3.2.2. V závěrečné části této podkapitoly je ověřen vliv vstupních parametrů na hodnotu basket call a basket put opce. Blíže je zkoumána závislost ceny opce na době do splatnosti, na realizační ceně, na volatilitě, na bezrizikových úrokových sazbách a na hodnotě portfolia akcií. Dílčí závislosti jsou znázorněny graficky.

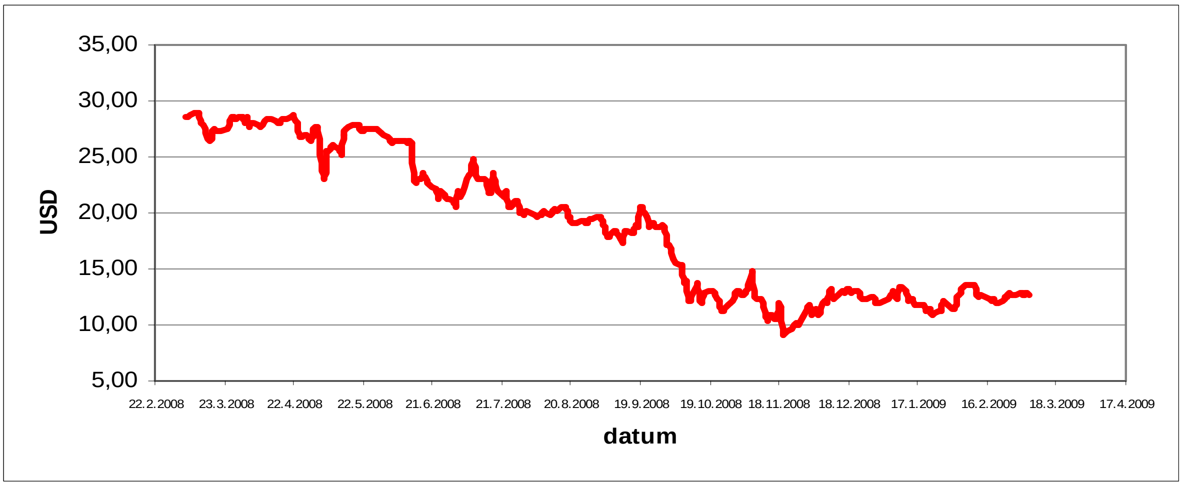
V další části této kapitoly je stanovena cena evropské basket call a basket put opce na portfolio akcií. Portfolio je tvořeno sedmi akciemi těchto technologických firem: Microsoft Corporation, Intel Corporation, Hewlett Packard, Oracle Corporation, Internation Business Machines (IBM), Apple Computer, Advanced Micro Devides (AMD). Ocenění je provedeno pomocí simulace Monte Carlo. Nejdříve budou vypočteny základní charakteristiky, mezi které patří očekávaný výnos, rozptyl, směrodatná odchylka, korelace a kovariance mezi akciemi. Vývoj cen jednotlivých akcií je simulován dle geometrického Brownova procesu s logaritmickými cenami. Následuje určení hodnoty portfolia akcií pro jednotlivé scénáře a výpočet vnitřní hodnoty. Následuje propočet ceny opce.

4.1 Výpočet ceny opcí pomocí dvoufaktorového binomického modelu

Investor má v plánu nakoupit za šest měsíců akcie od společností Google a Yahoo. Na mimoburzovním trhu využije nabídky a uzavře americkou basket call opci znějící na výše uvedené akcie s realizační cenou 150 USD. Investor chce určit, jaká bude jeho maximální ztráta v případě, že by kupní opci nevyužil. Tedy chce vědět, jaká bude cena opce v době uzavření smlouvy o budoucí koupi akcií. Opční kontrakt je uzavřen 6. 3. 2009. Majitel tohoto typu opce předpokládá, že ceny akcií za období šesti měsíců porostou. Cena americké basket call opce je stanovena pomocí dvoufaktorového binomického modelu. Pro zjednodušení se předpokládá, že nejsou po dobu životnosti opce vypláceny dividendy. Tržní ceny akcií Google a Yahoo byly získány z internetových stránek www.kurzy.cz. Grafy 4.1 a 4.2 zachycují jejich vývoj v období od 6. 3. 2008 do 6. 3. 2009.

Graf 4.1: Vývoj akciových kursů společnosti Google od 6.3.2008 do 6.3.2009

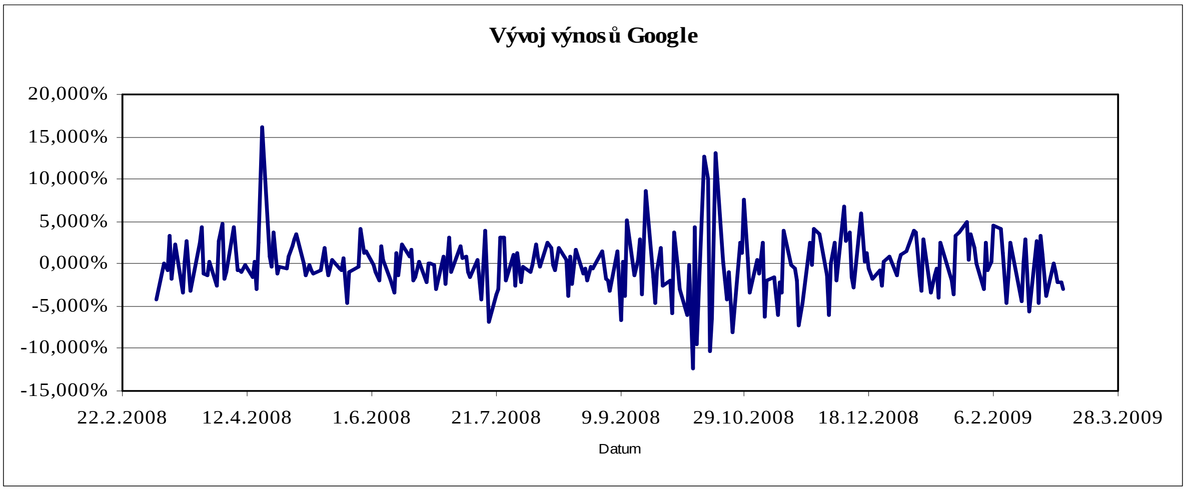
Graf 4.2: Vývoj akciových kursů společnosti Yahoo od 6.3.2008 do 6.3.2009



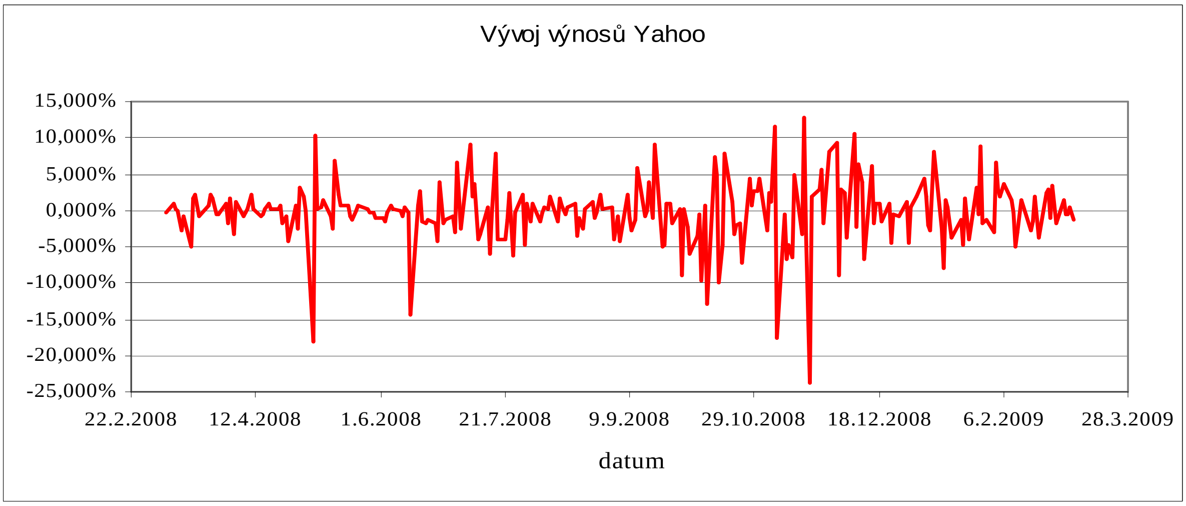
4.1.1 Stanovení vstupních parametrů

Prvním krokem řešení je stanovení denního spojitého výnosu z historických časových řad, které představují vývoj cen jednotlivých akcií, podle vzorce (3.58). Výnosy jednotlivých akcií za sledované období zobrazují Grafy 4.3 a 4.4.

Graf 4.3: Vývoj výnosů společnosti Google



Graf 4.4: Vývoj výnosů společnosti Yahoo



Časová řada spojitých výnosů slouží jako zdroj dat k výpočtu základních charakteristik daných akcií, kterými jsou střední hodnota výnosu, rozptyl, směrodatná odchylka, korelace a kovariance.

Střední hodnota výnosu jednotlivých akcií je vypočtena pomocí vzorce (3.59). Odhad rozptylu a volatility výnosů jednotlivých akcií je proveden dle historického přístupu. Tento přístup je blíže popsán v podkapitole 3.3.

Průměrný denní rozptyl akcie Google (v další části textu označovaná jako *A1)* za sledované období činí 0,1174 %. Denní rozptyl akcie Yahoo (dále označované jako *A2)* činí 0,1892 %. Roční rozptyl se získá součinem denního rozptylu a čísla 250. Jde o počet obchodních dní v roce. Roční směrodatná odchylka je určena dle vzorce (3.61). U aktiva A1 dosahuje hodnoty 54,18 %, v případě A2 činí roční směrodatná odchylka výnosů 68,78 %.

Pomocí korelace a směrodatných odchylek výnosů jednotlivých akcií je dopočtena kovariance dle (3.66), která činí 0,1883.

Hodnoty vstupních parametrů k datu výpočtu ceny americké basket call opce, tj. k 6. 3. 2009 zachycuje následující Tab. 4.1.

Tab. 4.1: Vstupní parametry

Název parametru	**Symbol**	**Hodnota k 6. 3. 2009**
Současná cena podkladového aktiva A1	$S_t\,A1$	307,22 USD
Současná cena podkladového aktiva A2	$S_t\,A2$	12,6 USD
Realizační cena opce	X	150 USD
Bezriziková sazba	r	0,39 %
Doba do splatnosti	Δt	0,08333
Rozptyl ceny podkladového aktiva 1	$\sigma^2\,A1$	29,35 %
Rozptyl ceny podkladového aktiva 2	$\sigma^2\,A2$	47,31 %
Volatilita ceny podkladového aktiva 1	$\sigma\,A1$	54,18 %
Volatilita ceny podkladového aktiva 2	$\sigma\,A2$	68,78 %
Korelace	ρ_{12}	0,5054
Kovariance	σ_{12}	0,1883
Váha podkladového aktiva 1 v portfoliu	$wA1$	0,5
Váha podkladového aktiva 2 v portfoliu	$wA2$	0,5

Bezriziková úroková sazba se zpravidla odvozuje od státních cenných papírů. Neboť podkladovými aktivy jsou akcie amerických společností je použita bezriziková úroková sazba 6M Treasury bills, dostupného na www.federalreserve.gov. V podstatě by se měla shodovat doba splatnosti cenného papíru (Treasury bills) s délkou trvání opce.

Pro konstrukci binomického modelu se životnost opce rozdělí do šesti období o délce jednoho měsíce, proto pak doba do splatnosti je následující:

$$\Delta t = \frac{1}{12} = 0{,}08333.$$

V závislosti na určení výše uvedených vstupních parametrů, je možné přistoupit k samotnému oceňování americké basket call opce.

4.1.2 Postup výpočtu ceny basket call opce

Nejprve jsou propočteny rizikově neutrální hodnoty růstu jednotlivých akcií g_{A1}, g_{A2}. Výpočet je proveden podle vzorce (3.30). Hodnoty rizikově neutrálního růstu jsou $g_{A1} = -0{,}1429$; $g_{A2} = -0{,}2326$.

Užitím rovnic (3.52) a (3.53) jsou zjištěny přírůstky ceny jednotlivých akcií. Vypočtené hodnoty jsou $\Delta y_1 = 0{,}1568$; $\Delta y_2 = 0{,}1995$.

Cena podkladových rizikových aktiv *A1* a *A2* se vyvíjí dle geometrického Brownova procesu. Po zpětné transformaci za $y = \ln(S_A)$ a dosazením do rovnice (3.41), je cena jednotlivých podkladových akcií určena pomocí následujících vzorců

$$S_{A1,t+dt,u} = S_{A1,t} \cdot e^{u \cdot \Delta y_1}, \tag{4.1}$$

$$S_{A2,t+dt,u} = S_{A2,t} \cdot e^{u \cdot \Delta y_2}. \tag{4.2}$$

Postup výpočtu cen jednotlivých akcií je od počátku po dobu realizace.

Hodnota portfolia (basket) akcií za jednotlivé sledované období je propočtena tímto způsobem

$$basket_t = w_1 \cdot S_{A1,t} + w_2 \cdot S_{A2,t}. \tag{4.3}$$

Dalším krokem je stanovení vnitřní hodnoty basket call opce pomocí vztahu (2.11). Následuje propočet rizikově neutrálních pravděpodobností podle rovnic (3.48) až (3.51). Přitom propočtené hodnoty rizikově neutrálních pravděpodobností jsou následující, p_{uu} = 33,40 %; p_{ud} = 12,81 %; p_{du} = 11,75 %; p_{dd} = 42,05 %.

Cena americké basket call opce v době realizace T se rovná vnitřní hodnotě, $c_T = VH_T$. Rekurentním zpětným postupem od doby realizace se stanoví rizikově neutrální střední hodnota ceny opce v následujícím období pro jednotlivé uzly, které jsou dány časem a stavem až k počáteční hodnotě, a to takto

$$\hat{E}(f_{t+dt}) = \left[f_{t+dt}^{uu} \cdot p_{uu} + f_{t+dt}^{ud} \cdot p_{ud} + f_{t+dt}^{du} \cdot p_{du} + f_{t+dt}^{dd} \cdot p_{dd} \right] \tag{4.4}$$

Cena americké opce se v jednotlivých uzlech určí podle vzorce (3.15) se spojitým diskontním faktorem, tedy jako současná hodnota střední hodnoty ceny opce v následujícím období. Hledaná cena opce c_0 odpovídá ceně na počátku binomického stromu. Podrobný výpočet ceny americké basket call opce na akcie Google a Yahoo s realizační cenou 150 USD a dobou splatnosti 6. 9. 2009 je uveden v Příloze I.

Pokud však investor předpokládá, že ceny akcií za dobu šesti měsíců poklesnou, uzavře americkou basket put opci. Tedy uzavře smlouvu o budoucím prodeji akcií za realizační cenu 150 USD. V případě basket put opce je postup výpočtu ceny opce stejný jako u basket call opce. Rozdíl je pouze ve vnitřní hodnotě opce, která je určena podle vzorce (2.12). Postup výpočtu ceny basket put opce znázorňuje Příloha II.

Cena americké basket call opce zjištěná pomocí dvoufaktorového binomického modelu, je ve výši 28,98 USD. Tuto částku je investor ochoten zaplatit k 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce znějící na akcie Google a Yahoo. V případě americké basket put opce se hovoří o právu prodat k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce na akcie Google a Yahoo, a to za 18,75 USD.

Americké opce jsou takové opce, které je možné využít před dobou do splatnosti. Z Přílohy I a Přílohy II lze také vyčíst, ve kterých momentech je možné basket call opci resp. basket put opci využít. Je-li tedy

$c_t (resp. p_t) > VH_t$, pak opce nebude využita,

$c_t (resp. p_t) \leq VH_t$, pak opce bude využita.

Americkou basket call opci nelze nikdy využít před dobou do splatnosti, jelikož cena opce v každém období je větší než vnitřní hodnota v tomto období. Basket put opci lze využít před dobou do splatnosti. Jak uvádí Příloha II lze put opci využít například ve stavech (3;3), (3;1), (4;4), (4;0), (5;5), (5;3), (-3;3), (-3;5), (-5;-5), (-5;-3),

4.1.3 Závislost ceny basket call a put opcí na vstupních parametrech

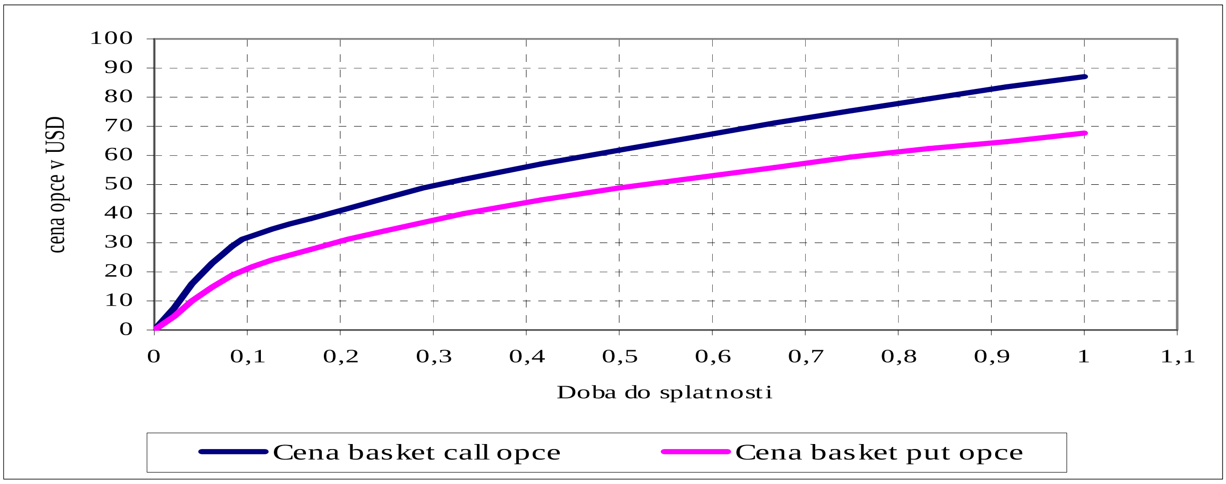
Jak již bylo dříve uvedeno, základními vstupními parametry ovlivňujícími hodnotu opce jsou: spotová cena S_t, realizační cena *X*, doba do splatnosti *dt*, volatilita reprezentovaná směrodatnou odchylkou výnosů podkladového aktiva σ, bezriziková úroková sazba *r*. Tato část práce je zaměřena na zkoumání závislosti hodnoty americké basket call a put opce na jednotlivých výše vyjmenovaných parametrech. Podmínkou je, že se mění vždy jen jeden parametr, ostatní parametry zůstávají konstantní.

Závislost ceny basket call a put opce na době do splatnosti

Hodnoty vstupních parametrů společných pro basket call a put opce jsou: $S_{A1} = 307{,}22\ \mathrm{USD}$; $S_{A2} = 12{,}60\ \mathrm{USD}$; $w_{A1} = 0{,}5$; $w_{A2} = 0{,}5$; $r = 0{,}39\,\%$; $\sigma_{A1} = 54{,}18\,\%$; $\sigma_{A2} = 68{,}78\,\%$; $X = 150\ \mathrm{USD}$. Je třeba určit závislost ceny opcí pro šest různých dob do splatnosti, $\Delta t_1 = 0{,}0833$; $\Delta t_2 = 0{,}1666$; $\Delta t_3 = 0{,}333$; $\Delta t_4 = 0{,}5$; $\Delta t_5 = 0{,}666$; $\Delta t_6 = 0{,}833$.

Níže uvedený Graf 4.5 znázorňuje závislost ceny call a put opcí na různých dobách do splatnosti.

Graf 4.5: Závislost ceny call a put opce na době do splatnosti



Z Grafu 4.5 je zřejmé, že shodně reagují basket call a basket put opce v závislosti na době do splatnosti. Pokud je dostatečně dlouhá doba do splatnosti, tím větší je pravděpodobnost zvratu v příznivý vývoj a proto roste i cena opcí.

Jak je možno zjistit z Tab. 4.2, růst ceny opce se s prodlužující dobou do splatnosti zpomaluje.

Tab. 4.2: Ceny call a put opce při různých dobách do splatnosti

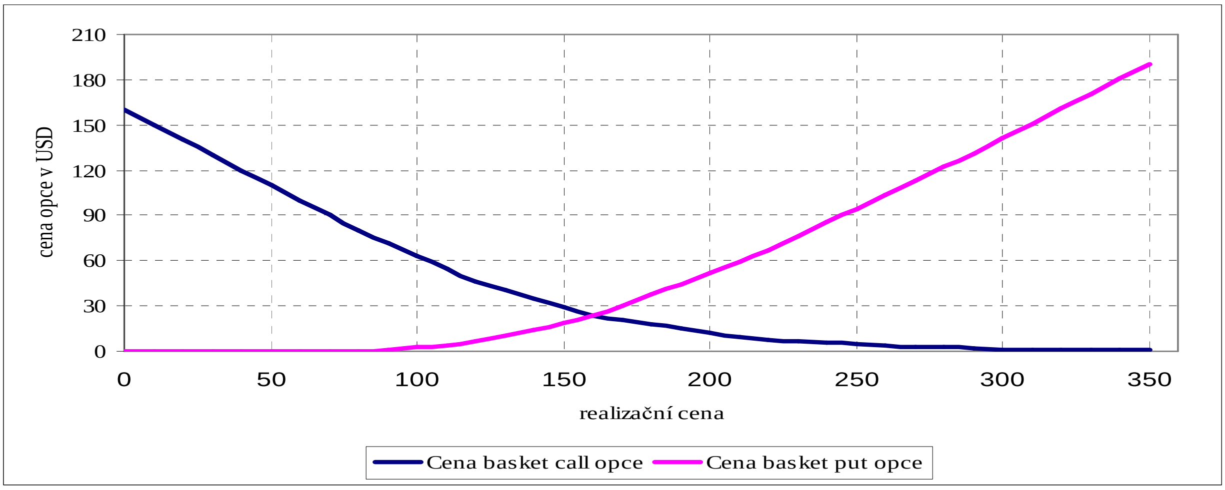
Doba do splatnosti	**Cena basket call opce**	**Cena basket put opce**
0,0833	28,98 USD	18,75 USD
0,1666	38,33 USD	27,68 USD
0,3333	51,64 USD	39,89 USD
0,5	62,05 USD	48,84 USD
0,6666	71,09 USD	56,07 USD
0,8333	79,35 USD	62,18 USD
1	87,20 USD	67,51 USD

Pokud je délka jednoho období čtyři měsíce, pak cena basket call opce je 51,64 USD. Cena basket put opce 39,89 USD. V případě, že jedno období trvá osm měsíců, poté je hodnota basket call opce ve výši 71,09 USD. Hodnota basket put opce je 56,07 USD.

Závislost ceny basket call a put opce na realizační ceně

Vstupní parametry společné pro basket call a put opce jsou: $S_{A1} = 307{,}22\,\text{USD}$; $S_{A2} = 12{,}60\,\text{USD}$; $w_{A1} = 0{,}5$; $w_{A2} = 0{,}5$; $r = 0{,}39\,\%$; $\sigma_{A1} = 54{,}18\,\%$; $\sigma_{A2} = 68{,}78\,\%$; Na níže uvedeném Grafu 4.6 je ukázána závislost ceny basket call a put opce na různých realizačních cenách.

Graf 4.6: Závislost ceny basket call a put opce na realizační ceně



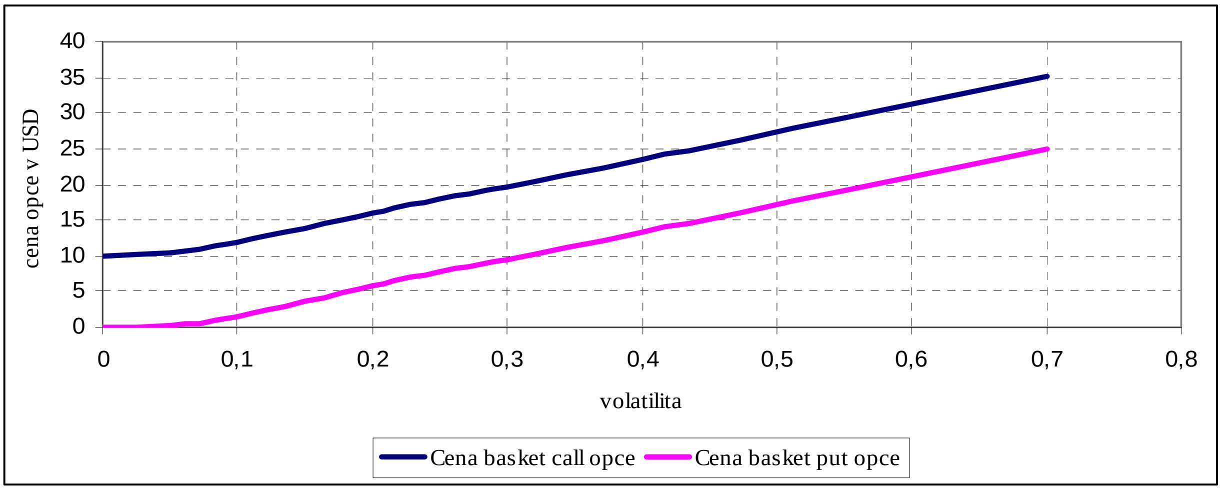
Jak zobrazuje uvedený Graf 4.6, s růstem realizační ceny klesá cena basket call opce. V případě basket put opce je tomu právě naopak. S růstem realizační ceny hodnota put opce roste. Zvýší-li se realizační cena ze 150 USD na 200 USD, potom se hodnota basket call opce sníží o 16,82 USD. V případě basket put opce se cena zvýší o 33,14 USD.

Závislost ceny basket call a put opce na volatilitě

Hodnoty vstupních parametrů pro basket call a put opce jsou: $S_{A1} = 307{,}22\,\text{USD}$; $S_{A2} = 12{,}60\,\text{USD}$; $w_{A1} = 0{,}5$; $w_{A2} = 0{,}5$; $r = 0{,}39\,\%$; $X = 150\,\text{USD}$; $\Delta t_1 = 0{,}0833$. Je třeba zjistit závislost ceny opce na různé volatilitě výnosů jednotlivých akcií.

Závislost ceny basket call a put opce na volatilitě jednotlivých aktiv zobrazuje Graf 4.7.

Graf 4.7: Závislost ceny basket call a put opce na volatilitě



Jak je vidět, v závislosti na zvyšující se volatilitě hodnota obou typů opcí vzrůstá. Z toho důvodu, protože roste pravděpodobnost odchylky od očekávaného stavu a tím i pravděpodobnost pozitivního výsledku z hlediska uplatnění opce. Čím rizikovější budou podkladové akcie, tím více si dá upisovatel call i put opce zaplatit.

Hodnoty basket call a basket put opce pro různé směrodatné odchylky zachycuje Tab. 4.3.

Tab. 4.3: Cena basket call a put opce

Směrodatná odchylka	Cena basket call opce	Cena basket put opce
0	9,91 USD	0,00 USD
0,05	10,33 USD	0,13 USD
0,1	11,76 USD	1,56 USD
0,2	16,11 USD	5,92 USD
0,4	23,51 USD	13,31 USD
0,55	29,30 USD	19,07 USD
0,7	35,17 USD	24,86 USD

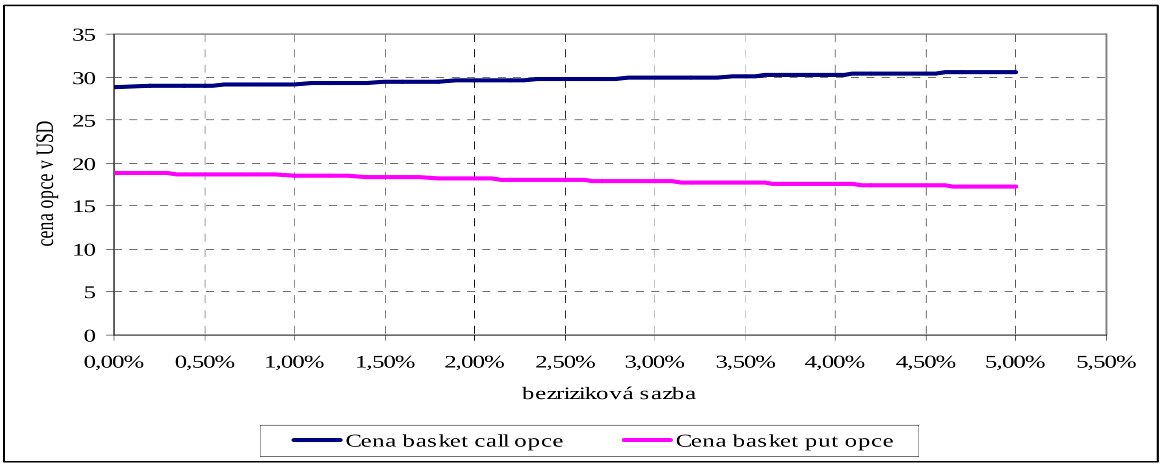
Pokud je volatilita akcií ve výši 10 %, pak hodnota basket call opce je 11,76 USD. V případě basket put opce je investor ochoten zaplatit 1,56 USD. Zvýší-li se volatilita z 20 % na 40 %, pak hodnota basket call opce se změní o asi 7,4 USD. Hodnota basket put opce se také změní o přibližně 7,4 USD. Z toho vyplývá, že s rostoucí volatilitou se zvyšují hodnoty obou typů opcí o stejnou hodnotu. Pokud bude klesat volatilita podkladových akcií, bude klesat i cena basket call a put opce, a to vždy o stejnou hodnotu.

Závislost ceny basket call a put opce na bezrizikové úrokové sazbě

Hodnoty vstupních údajů pro basket call a put opce jsou: $S_{A1} = 307{,}22$ USD; $S_{A2} = 12{,}60$ USD; $w_{A1} = 0{,}5$; $w_{A2} = 0{,}5$; $\sigma_{A1} = 54{,}18\,\%$; $\sigma_{A2} = 68{,}78\,\%$; $X = 150$ USD; $\Delta t_1 = 0{,}0833$. Stanovení závislosti ceny obou typů opcí na bezrizikových sazbách.

Níže uvedený Graf 4.8 zachycuje závislost ceny call a put opcí na různých bezrizikových úrokových sazbách.

Graf 4.8: Závislost ceny call a put opce na bezrizikové úrokové sazbě



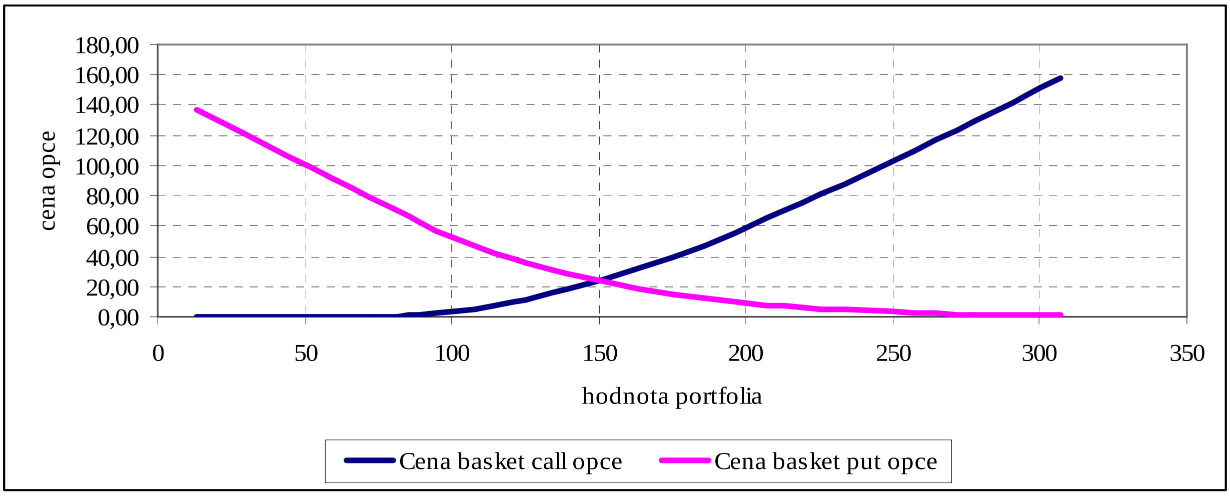
Z daných závislostí v Grafu 4.8 vyplývá, že s růstem bezrizikové úrokové sazby roste hodnota basket call opce. V případě basket put opce je tomu právě naopak. Tedy pro hodnotu basket put opce platí, že s růstem bezrizikové sazby její hodnota klesá.

Závislost ceny basket call a put opcí na hodnotě portfolia aktiv

Hodnoty vstupních parametrů společných pro basket call a put opce jsou: $X = 150$ USD; $r = 0{,}39\,\%$; $\sigma_{A1} = 54{,}18\,\%$; $\sigma_{A2} = 68{,}78\,\%$; $\Delta t_1 = 0{,}0833$. Je třeba určit závislost ceny basket call a basket put opcí na hodnotě portfolia.

Závislost ceny basket call a put opce na hodnotě portfolia složeného ze dvou akcií je možno vidět v Grafu 4.9.

Graf 4.9: Závislost ceny call a put opce na hodnotě portfolia akcií



Pokud roste hodnota portfolia akcií, roste také cena basket call opce, neboť je pravděpodobnější, že nákup za dohodnutou realizační cenu je výhodnější. Opce má tak větší zisk, a proto bude mít i vyšší hodnotu. Jak uvádí Graf 4.9, cena basket put opce naopak při růstu hodnoty portfolia klesá. Pokud spotová cena bude pro prodej při svém růstu výhodnější než realizační cena, nedojde k uplatnění basket put opce, proto její hodnota klesá.

Ceny basket call a put opce pro různou hodnotu portfolia akcií zobrazuje Tab. 4.4.

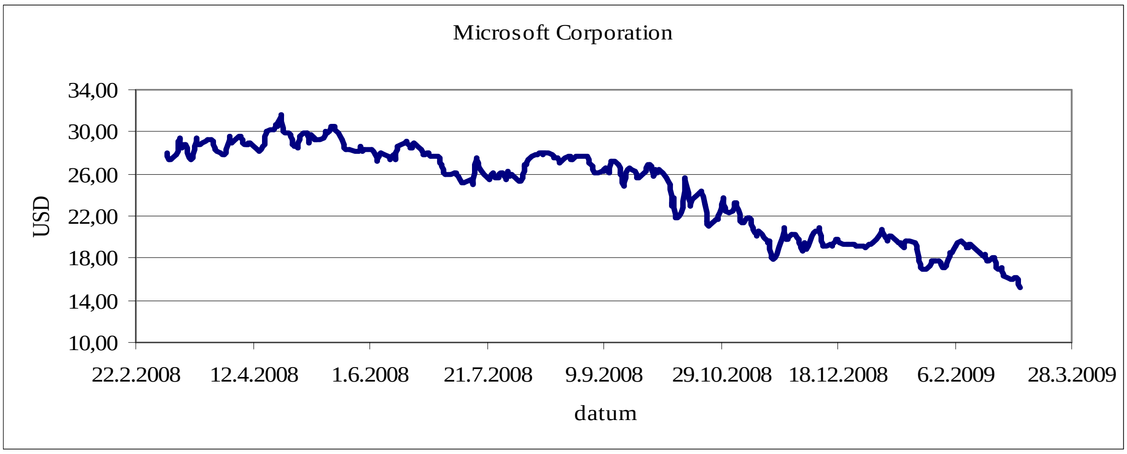
Tab. 4.4: Ceny basket call a put opce

Hodnota portfolia	**Cena basket call opce**	**Cena basket put opce**
13 USD	0,00 USD	137,40 USD
72 USD	0,26 USD	78,63 USD
101 USD	3,46 USD	52,27 USD
130 USD	13,40 USD	32,68 USD
175 USD	39,75 USD	14,78 USD
219 USD	74,80 USD	5,61 USD
278 USD	129,32 USD	1,19 USD
307 USD	158,33 USD	0,73 USD

4.2 Výpočet hodnoty basket opcí pomocí simulace Monte Carlo

Investor plánuje v budoucnu nákup sedmi akcií těchto technologických firem: Microsoft Corporation, Intel Corporation, Hewlett Packard, Oracle Corporation, Internation Business Machines (IBM), Apple Computer, Advanced Micro Devides (AMD). Investor se chce zajistit proti růstu kursu výše uvedených akcií a zvolí obchodování s opcemi. Nechce však uzavřít sedm opčních kontraktů na každou akcii zvlášť, ale pouze jednu opční smlouvu na portfolio, které je tvořeno sedmi akciemi výše uvedených firem. Na mimoburzovním trhu využije nabídky a uzavře šesti měsíční evropskou basket call opci na portfolio složené z požadovaných akcií s realizační cenou 28 USD. Investor chce zjistit, jaká bude jeho maximální ztráta v případě, že by evropskou basket call opci nevyužil. Tedy chce zjistit jaká bude cena opce v době uzavření smlouvy o budoucí koupi portfolia akcií. Opční kontrakt je uzavřen 6. 3. 2009. Cena evropské basket call opce je stanovena pomocí simulace Monte Carlo. Pro zjednodušení se předpokládá, že nejsou po dobu životnosti opce vypláceny dividendy. Tržní ceny akcií technologický firem byly získány z internetových stránek www.kurzy.cz. Níže uvedený Graf 4.10 zachycuje vývoj akciových kursů společnosti Microsoft Corporation od 6. 3. 2008 do 6. 3. 2009, pro zbylé akcie jsou grafy vývoje akciových kursů umístěny v Příloze III.

Graf 4.10: Vývoj akciových kursů společnosti Microsoft Corporation

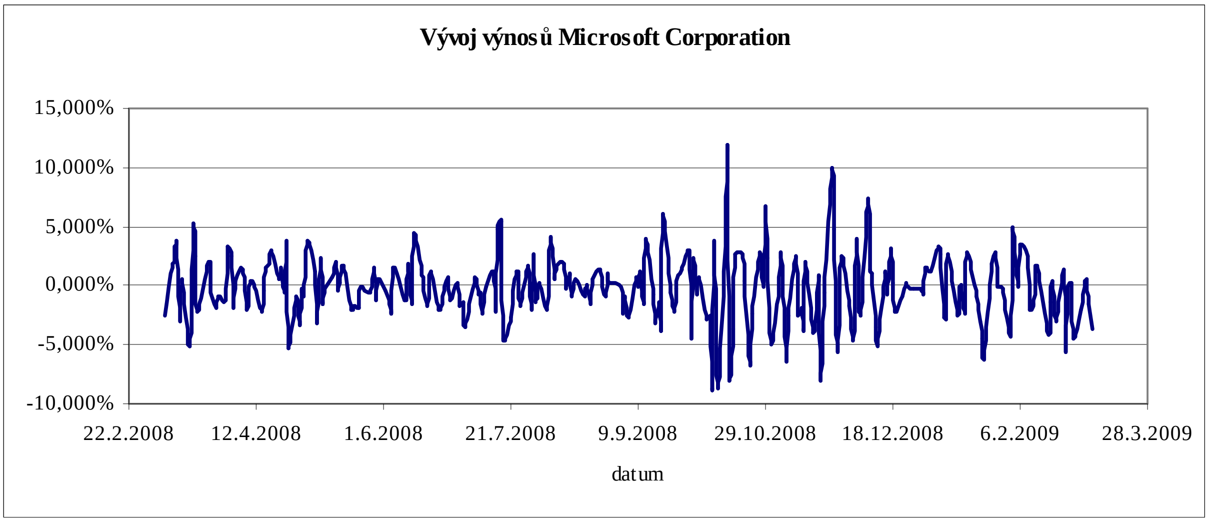


Než je přistoupeno k samotnému výpočtu ceny basket call opce je třeba určit základní vstupní parametry nutné pro simulaci Monte Carlo.

4.2.1 Stanovení vstupních parametrů

Základem je stanovení spojitých výnosů z historických časových řad jednotlivých akcií, kterými jsou tržní ceny akcií, podle vzorce (3.58). Vývoj spojitých výnosů společnosti Microsoft Corporation zobrazuje Graf 4.11, pro zbylé akcie jsou grafy spojitých výnosů umístěny v Příloze IV.

Graf 4.11: Vývoj výnosů společnosti Microsoft Corporation



Časová řada spojitých výnosů slouží jako zdroj dat k výpočtu základních charakteristik daných akcií, kterými jsou očekávaný výnos, rozptyl, směrodatná odchylka, korelace a kovariance.

Očekávaný výnos jednotlivých akcií za sledované období je vypočten pomocí vzorce (3.59). Rozptyl výnosů akcií je určen podle (3.60). Směrodatná odchylka výnosů akcií se získá jako odmocnina z denního rozptylu. Jelikož se vychází z denních výnosů, pak rozptyl a směrodatná odchylka jsou v denních hodnotách. Je nutné přepočíst rozptyl a směrodatnou odchylku na roční hodnoty. Roční rozptyl se získá součinem vypočtených denních hodnot a čísla 250, což je počet obchodních dnů v roce. Denní směrodatná odchylka se převede na roční směrodatnou odchylku součinem s odmocninou z čísla 250. Vypočtené hodnoty vstupních parametrů zachycuje níže uvedená Tab. 4.5.

Tab. 4.5: Hodnoty vstupních parametrů k 6. 3. 2009

Akcie	Cena podkladového aktiva	Váha (w)	Očekávaný výnos E(Ai)	Denní		Roční	
				Rozptyl	σ	Rozptyl	σ
AMD (A1)	2,19 USD	0,15	-0,45%	0,30%	5,51%	75,79%	87,06%
Apple (A2)	88,34 USD	0,2	-0,14%	0,16%	3,95%	38,95%	62,41%
Hewlett Packard (A3)	26,98 USD	0,15	-0,23%	0,10%	3,12%	24,34%	49,34%
IBM (A4)	87,47 USD	0,15	-0,11%	0,06%	2,35%	13,85%	37,21%
Intel (A5)	12,41 USD	0,15	-0,19%	0,11%	3,27%	26,69%	51,66%
Microsoft (A6)	15,28 USD	0,1	-0,24%	0,08%	2,83%	20,05%	44,77%
Oracle (A7)	14,60 USD	0,1	-0,11%	0,10%	3,10%	24,07%	49,06%

Bezriziková úroková sazba je ve výši 0,39 % a odpovídá bezrizikové úrokové sazbě šesti měsíčního Treasury bills, dostupného na www.federalreserve.gov.

Datum splatnosti opce je 6. 9. 2009 a datum výpočtu ceny basket call opce je 6. 3. 2009, jde tedy o šest měsíců. Za předpokladu 12 měsíců v roce lze dobu do splatnosti stanovit následovně:

$$\Delta t = \frac{6}{12} = 0{,}5.$$

Dále je nutné provést výpočet korelační a kovarianční matice. Korelace mezi jednotlivými akciemi je vypočtena dle vzorce (3.64). Kovarianční matice je vypočtena podle vzorce (3.66). Hodnoty korelační a kovarianční matice jsou uvedeny v Příloze V.

4.2.2 Postup výpočtu ceny basket call opce

Na základě zjištěných vstupních parametrů je možné přistoupit k určení ceny evropské basket call opce, kde podkladovým aktivem je hodnota portfolia složeného ze sedmi akcií. Pro každou akcii je simulováno 1 000 náhodných scénářů v jednom období.

Nejprve je třeba provést generování vektoru nezávislých náhodných proměnných ε z normovaného normální rozdělení. Vygenerování je provedeno pomocí modulu Generátor pseudonáhodných čísel.

Generování náhodného vektoru závislých náhodných proměnných je na bázi Choleskeho algoritmu (3.67) vztahem vektoru nezávislých náhodných proměnných z normovaného normálního rozdělení a horní trojúhelníkové matice *P*. Choleskeho matice *P* je odvozena z kovarianční matice C dle vztahu (3.68). Pro sedm aktiv jsou hodnoty prvků matice P propočteny dle (3.69) až (3.72). Jejich hodnoty uvádí Příloha VI. Vektor závislých náhodných proměnných $\tilde{z}$ je dopočítán podle vztahu (3.67).

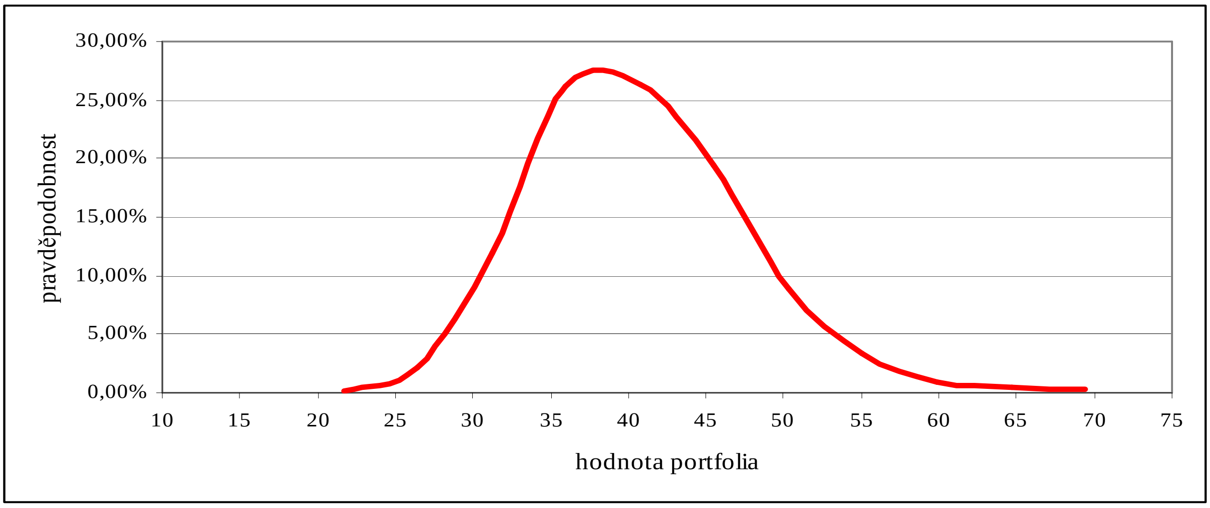
Pomocí geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami dle rovnice (3.76) je vyjádřen náhodný vývoj cen jednotlivých akcií pro každý scénář s využitím relativního kopírování. Další krokem je stanovení hodnoty portfolia akcií. Hodnotu portfolia pro jeden scénář je možno získat následujícím způsobem

$$H_P = S_{A1} \cdot w_{A1} + S_{A2} \cdot w_{A2} + S_{A3} \cdot w_{A3} + S_{A4} \cdot w_{A4} + S_{A5} \cdot w_{A5} + S_{A6} \cdot w_{A6} + S_{A7} \cdot w_{A7} \tag{4.6}$$

kde H_P je hodnota portfolia akcií vyjádřená v USD, S_A je náhodná cena akcií, w_A je váha jednotlivých akcií v portfoliu.

Graf 4.12 znázorňuje pravděpodobnosti rozdělení náhodného vývoje hodnoty portfolia akcií.

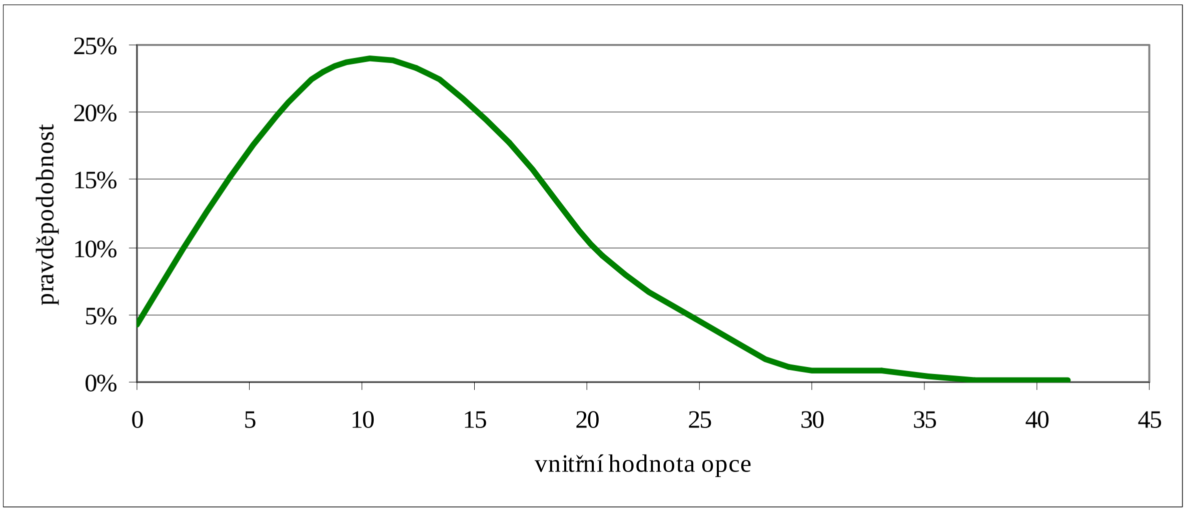
Graf 4.12: Rozdělení pravděpodobnosti náhodného vývoje hodnoty portfolia akcií



Výsledné hodnoty portfolia a graf rozdělení pravděpodobnosti potvrzují, že chování hodnot portfolia akcií je dle logaritmického normálního rozdělení. Neboť ceny akcií, jak bylo již zmíněno, nemohou dosahovat záporných hodnot.

Nyní je přistoupeno k určení vnitřní hodnoty basket call opce pro každý scénář dle (2.11). Rozložení pravděpodobnosti vnitřního hodnoty call opce zobrazuje Graf 4.13.

Graf 4.13: Rozdělení pravděpodobnosti vnitřní hodnoty call opce



Z uvedeného Grafu 4.13 vyplývá, že pokud roste vnitřní hodnotou opce tak pravděpodobnost na její dosažení klesá. Největší pravděpodobnosti dosahuje vnitřní hodnota ve výši 10 USD. Vnitřní hodnota pohybující se v intervalu 8 USD až 12 USD je dosažena s 23 % pravděpodobností.

Dále je určena střední hodnota vnitřní hodnoty opce. Hledaná cena basket call opce c_0 k 6. 3. 2009 se vypočte diskontováním střední hodnoty vnitřní hodnoty opce dle vzorce (3.77).

Výsledná cena evropské basket call opce je ve výši 10,21 USD. Jedná se o částku, kterou musí investor zaplatit v době uzavření opčního kontraktu, tj. k 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus opce vystavenou na portfolio, které je složeno ze sedmi požadovaných akcií.

4.2.3 Postup výpočtu basket put opce

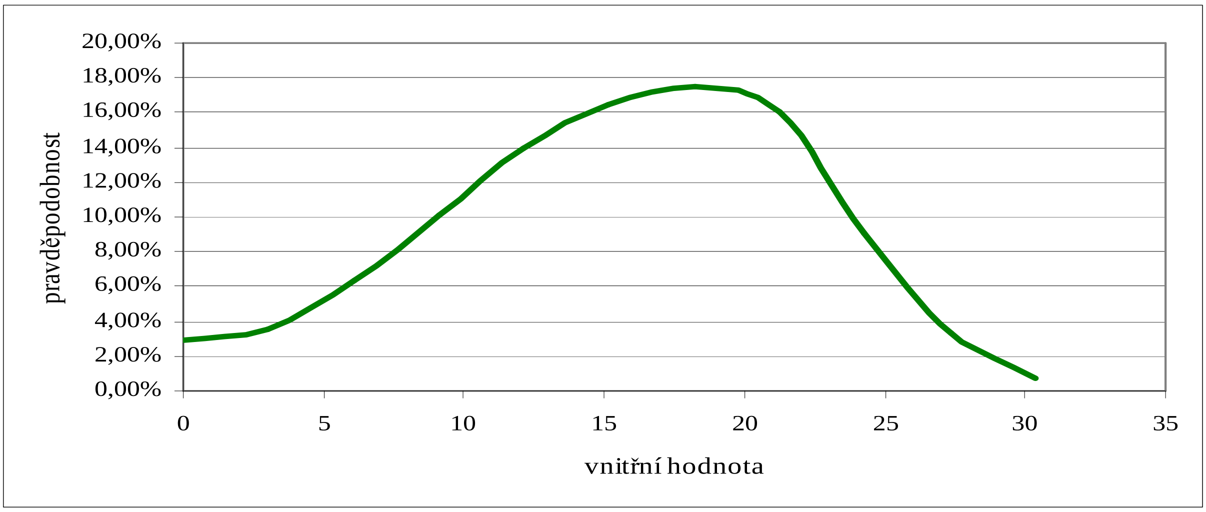
Druhou možností je případ, kdy investor vlastní portfolio složené ze sedmi výše uvedených akcií a chce se pojistit proti poklesu jejich kursů. Požaduje uzavření pouze jednoho opčního kontraktu na portfolio složené ze sedmi akcií výše uvedených firem. Na mimoburzovním trhu využije nabídky a uzavře šesti měsíční evropskou basket put opci na portfolio akcií s realizační cenou 52 USD. Investor chce také zjistit, jaká bude cena basket put opce v době uzavření smlouvy o budoucím prodeji portfolia akcií. Opční kontrakt je uzavřen 6. 3. 2009.

Hodnoty vstupních parametrů uvádí Tab. 4.2. Pro každou akcii je simulováno 1 000 náhodných scénářů. Je využito již nasimulovaných scénářů vývoje cen jednotlivých akcií na bázi geometrického Brownova procesu s logaritmickými cenami dle (3.76). Hodnota portfolia se získá dle (4.4).

Nyní je přistoupeno k určení vnitřní hodnoty basket put opce pro každý scénář dle (2.12).

Rozložení pravděpodobnosti vnitřní hodnoty basket put opce je znázorněno na níže uvedeném Grafu 4.14.

Graf 4.14: Rozdělení pravděpodobnosti vnitřní hodnoty put opce



Z uvedeného Grafu 4.14 vyplývá, že se 17 % pravděpodobností dosáhne vnitřní hodnota opce 18 USD. Vnitřní hodnota opce v intervalu od 24 USD do 27 USD je dosažena s 9 % pravděpodobností.

Následuje určení střední hodnoty vnitřní hodnoty opce. Hledaná cena put opce p_0 k 6. 3. 2009 je vypočtena diskontováním střední hodnoty vnitřní hodnoty opce dle vzorce (3.78).

Výsledná cena evropské basket put opce je ve výši 13,99 USD. Jedná se o částku, kterou musí investor zaplatit v době uzavření opčního kontraktu, tj. k 6. 3. 2009 za právo prodat k 6. 9. 2009 jeden kus opce vystavené na portfolio složené ze sedmi akcií požadovaných firem.

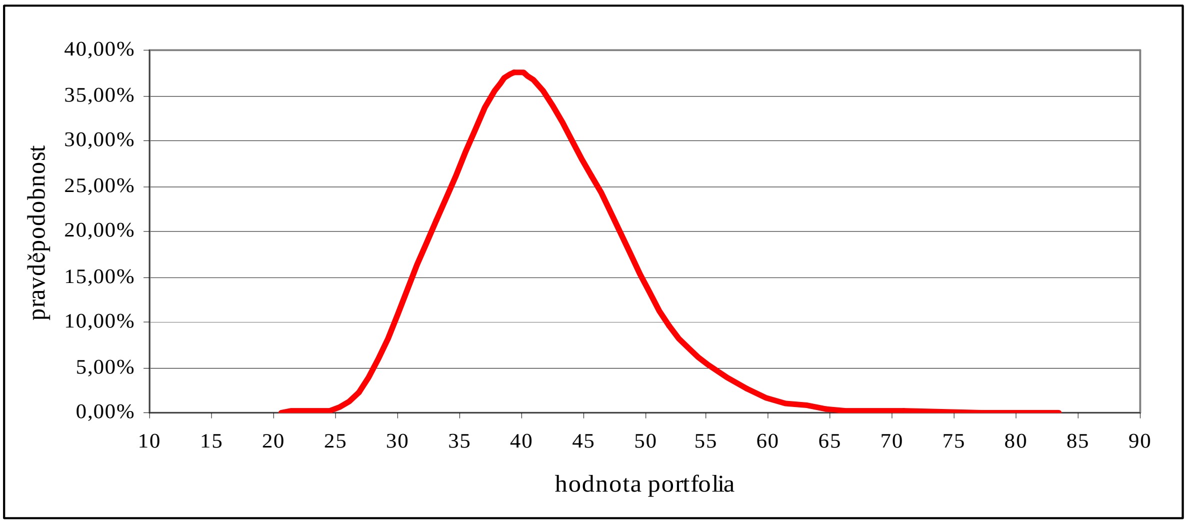
Vychází se ze stejného zadání pro basket call a basket put opce, jen s tím rozdílem, že je simulováno 10 000 náhodných scénářů. Vstupní parametry uvádí Tab. 4.2. Nejprve je provedeno vygenerování nezávislých náhodných proměnných ε z normovaného normální rozdělení N*(0;1)*.

Generování náhodného vektoru závislých náhodných proměnných je na bázi Choleskeho algoritmu (3.67) vztahem vektoru nezávislých náhodných proměnných z normovaného normálního rozdělení a horní trojúhelníkové matice *P*. Choleskeho matice *P* je odvozena z kovarianční matice *C* dle vztahu (3.68). Hodnoty prvků matice *P* jsou propočteny dle (3.69) až (3.72). Vektor závislých náhodných proměnných $\tilde{z}$ je dopočítán podle vztahu (3.67).

Dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami je vyjádřen náhodný vývoj cen jednotlivých akcií pro každý scénář s využitím relativního kopírování. Další krokem je stanovení hodnoty portfolia akcií. Hodnota portfolia pro jeden scénář odpovídá vztahu (4.6).

Graf 4.15 zobrazuje pravděpodobnosti rozdělení náhodného vývoje hodnoty portfolia.

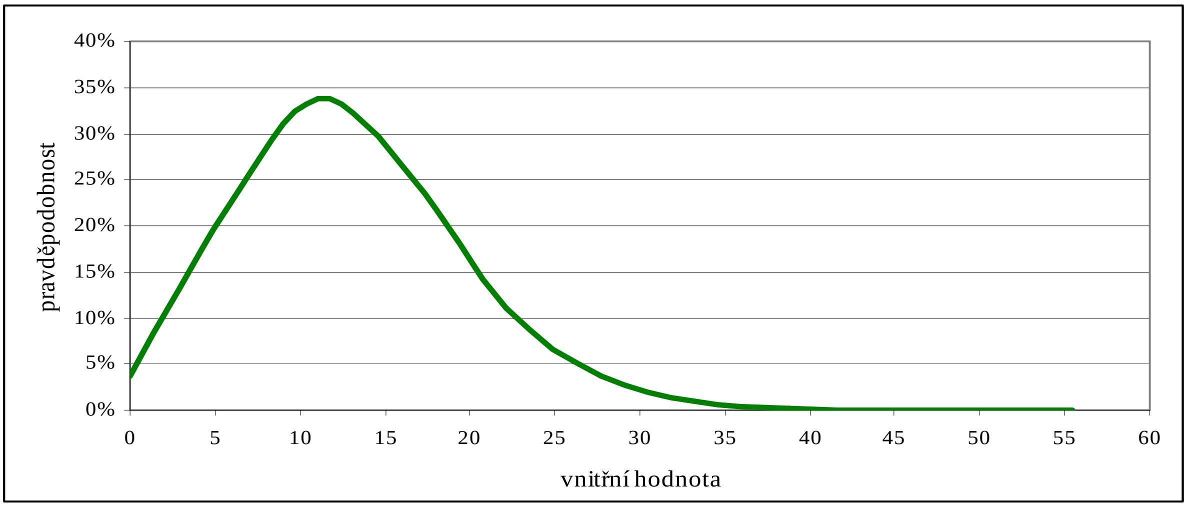
Graf 4.15: Rozdělení pravděpodobnosti náhodného vývoje hodnoty portfolia



Graf rozdělení pravděpodobnosti potvrzuje, že chování hodnot portfolia akcií je dle logaritmického normálního rozdělení. Jelikož ceny akcií nemohou dosahovat záporných hodnot.

Vnitřní hodnota basket call opce je pro každý scénář určena dle vztahu (2.11). Rozdělení pravděpodobnosti vnitřního hodnoty basket call opce pro 10 000 scénářů zobrazuje níže uvedený Graf 4.16.

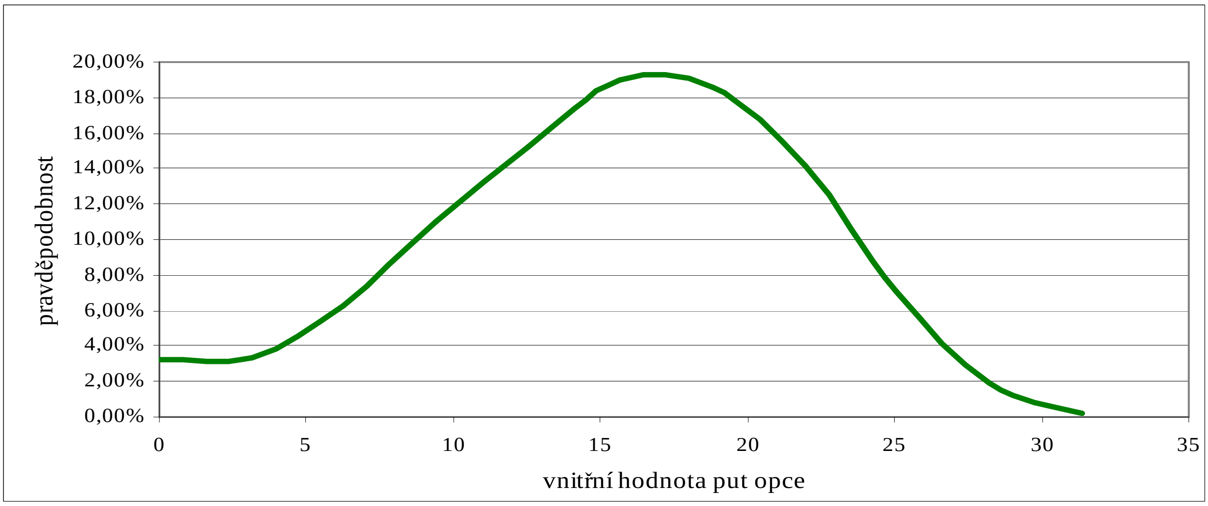
Graf 4.16: Rozdělení pravděpodobnosti vnitřní hodnoty call opce



V Grafu 4.16 je vidět, že čím je větší vnitřní hodnota opce, tím je pravděpodobnost na její dosažení nižší. S největší pravděpodobností je dosažena vnitřní hodnota ve výši 11 USD, a to s pravděpodobností 34 %. Vnitřní hodnota pohybující se okolo 25 USD je dosažena s 5 % pravděpodobností.

Dále je určena vnitřní hodnota basket put opce pro každý scénář dle (2.12). Rozdělení pravděpodobnosti vnitřního hodnoty put opce je znázorněno v Grafu 4.17.

Graf 4.17: Rozdělení pravděpodobnosti vnitřní hodnoty put opce



Vnitřní hodnota opce v intervalu od 12 USD do 16 USD je dosažena s pravděpodobností 19 %. V intervalu od 25 USD do 28 USD je vnitřní hodnota opce dosažena s 2 % pravděpodobností.

Dále je zjištěna střední hodnota vnitřní hodnoty call a put opce. Hledaná cena call opce a put opce se vypočte diskontováním střední hodnoty vnitřní hodnoty opce dle vzorce (3.77) pro call opci a dle (3.78) pro put opci.

Výsledná cena evropské basket call opce je ve výši 10,29 USD. Tuto částku musí investor zaplatit v době uzavření opčního kontraktu, tj. k 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus opce vystavené na portfolio složené ze sedmi akcií požadovaných firem. V případě evropské basket put opce musí investor v době uzavření opčního kontraktu zaplatit 13,86 USD za právo prodat k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce na portfolio složené ze sedmi akcií.

Tab. 4.6 zachycuje hodnoty basket call a basket put opce pro různé scénáře zjištěné pomocí simulace Monte Carlo.

Tab. 4.6: Hodnoty basket call a put opce pomocí simulace Monte Carlo

Počet scénářů (N)	Cena basket call opce	Cena basket put opce
1 000	10,21 USD	13,99 USD
10 000	10,29 USD	13,86 USD

4.3 Shrnutí výsledků

V první části třetí kapitoly byl proveden výpočet ceny americké basket call a basket put opce na portfolio složené ze dvou akcií. Jde o akcie společností Google a Yahoo. Pro stanovení ceny opce se použil dvoufaktorový binomický model. Opční kontrakt byl vystaven 6. 3. 2009 s dobou splatnosti 6. 9. 2009 a realizační cenou 150 USD. Nejprve byly zjištěny přírůstky cen jednotlivých akcií. Vypočtené hodnoty jsou $\Delta y_1 = 0{,}1568$ pro akcii Google a $\Delta y_2 = 0{,}1995$ pro akcii Yahoo. Dále byly zjištěny hodnoty rizikově neutrálních pravděpodobností obou akcií. Jejich výsledné hodnoty jsou p_{uu} = 33,40 %; p_{ud} = 12,81 % ; p_{du} = 11,75 %; p_{dd} = 42,05 %. Cena americké basket call opce na portfolio složené ze dvou akcií byla ve výši 28,98 USD. Tuto částku byl investor ochoten zaplatit k 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce znějící na akcie Google a Yahoo. V případě americké basket put opce měl investor právu prodat k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce na akcie Google a Yahoo, a to za 18,75 USD. Americkou basket call opci nebylo možno využít před dobou splatnosti. Basket put opci bylo možno využít před dobou splatnosti, a to například ve stavech (3;3), (3;1), (4;4), (4;0), (5;5), (5;3), (-3;3), (-3;5). Na závěr byl zkoumán vliv ceny obou typu opcí na době do splatnosti, na realizační ceně, na volatilitě, na berzikových úrokových sazbách a na hodnotě portfolia aktiv. Bylo zjištěno, že shodně reagují basket call a basket put opce v závislosti na době do splatnosti. Dále bylo zjištěno, že s růstem realizační ceny klesá cena basket call opce a cena basket put opce naopak roste. V závislosti na zvyšující se volatilitě bylo prokázáno, že cena call i put opce reaguje vždy stejným způsobem. Jinak řečeno: „Pokud bude růst volatilita podkladových aktiv, bude růst i hodnota basket call opce a hodnota basket put opce, a to vždy o stejnou hodnotu.

V druhé části bylo provedeno ocenění evropské basket call a basket put opce vystavené na portfolio akcií pomocí simulace Monte Carlo. Portfolio bylo složeno ze sedmi akcií technologických firem. Nejprve bylo simulováno 1 000 náhodných scénářů. Cena evropské basket call opce byla ve výši 10,21 USD. V případě evropské basket put opce byla výsledná cena opce ve výši 13,99 USD. Dále byla zjišťována cena obou typů opcí pro 10 000 náhodných scénářů. V tomto případě basket call opce dosáhla hodnoty 10,29 USD. Cena basket put opce byla ve výši 13,86 USD.

5 Závěr

Touha obchodníků a investorů pokrýt rizika z nepříznivých cenových pohybů investic je stále větší. Mezi nástroje sloužící k eliminaci rizik na kapitálových trzích patří finanční deriváty. Za poplatek umožňují takový mix očekávaných rizik a očekávaných výnosů, jaký je investor ochoten a schopen unést.

Exotické opce hrají na finančních trzích stále větší roli. Na nestabilních finančních trzích je stále poptávka po zajišťujících instrumentech, mezi něž exotické opce patří. Exotické opce na rozdíl od opcí klasických (*plain vanilla*) poskytují odpověď na někdy velmi specifické požadavky subjektů působících na finančních trzích.

Cílem diplomové práce bylo charakterizovat základní druhy vícefaktorových opcí, popsat metodiku oceňování vícefaktorových opcí a stanovit cenu těchto opcí pomocí zvolených metod. Pro oceňování vícefaktorových opcí byly zvoleny dvě metody, a sice dvoufaktorový binomický model a simulace Monte Carlo.

V první teoretické části práce byla popsána základní klasifikace finančních opcí, popsána hodnota opce a faktory ovlivňující tuto hodnotu. Dále zde byly charakterizovány vícefaktorové opce a určeny základní druhy těchto opcí.

Druhá část práce byla zaměřena na popis metodologie oceňování opcí. Byl zde charakterizován spojitý Black-Scholesův model. Dále byl popsán jednofaktorový a dvoufaktorový binomický model. Závěr této části byl věnován charakteristice simulačních technik.

Třetí část práce byla zaměřena na konkrétní výpočet ceny basket call a basket put opce na portfolio akcií pomocí dvoufaktorového binomického modelu a simulace Monte Carlo.

Nejprve bylo provedeno ocenění basket call a put opcí pomocí dvoufaktorového binomického modelu. Cena americké basket call opce na portfolio složeno ze dvou akcií byla stanovena ve výši 28,98 USD. Tuto částku byl investor ochoten zaplatit k 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce znějící na akcie Google a Yahoo. V případě americké basket put opce měl investor právu prodat k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce na akcie Google a Yahoo, a to za 18,75 USD. Americkou basket call opci nebylo možno využít nikdy před dobou splatnosti. Basket put opci bylo možno využít před dobou splatnosti, a to například ve stavech (3;3), (3;1), (4;4), (4;0),

Dále bylo provedeno ocenění evropských basket opcí vystavených na portfolio akcií pomocí simulace Monte Carlo. Portfolio bylo složeno ze sedmi akcií technologických firem.

Nejprve bylo simulováno 1 000 náhodných scénářů. Cena evropské basket call opce byla ve výši 10,21 USD. Tuto částku by měl investor zaplatit v době uzavření opčního kontraktu, tj. 6. 3. 2009 za právo koupit k 6. 9. 2009 jeden kus opce vystavené na portfolio ze sedmi akcií požadovaných firem. V případě evropské basket put opce byla výsledná cena opce ve výši 13,99 USD. Jedná se o částku, kterou by měl investor zaplatit za právo prodat k 6. 9. 2009 jeden kus basket opce na portfolio akcií.

Dále byla zjištěna cena obou typů opcí pro 10 000 náhodných scénářů. V tomto případě basket call opce dosáhla hodnoty 10,29 USD za právo koupit jeden kus basket opce na portfolio akcií. Cena basket put opce byla ve výši 13,86 USD.

Je možné konstatovat, že současným trendem je posun od klasických opcí k opcím vícefaktorovým. Vícefaktorové opce jsou díky své specifičnosti často schopny poskytnout subjektům finančních trhů daleko lepší zajištění. Další výhodou vícefaktorových opcí je nižší cena těchto opcí vůči opcím klasickým. Přestože se v případě vícefaktorových opcí jedná vesměs o mladé instituty, již dnes je jejich role velmi důležitá, a to nejen jako zajišťovacích instrumentů, ale také jako prostředků spekulace.

Seznam použité literatury

[1] AMBROŽ, Luděk. Oceňování opcí. 1.vyd. Praha: C.H. Beck, 2002. 313 s. ISBN 80-7179-531-3.

[2] BLACK Fischer; SCHOLES Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Ekonomy. 1973, vol. 81, 637-654.

[3] BOYLE, Phelim. Options: A Monte Carlo approach. Journal of Financial Economics. 1977, vol 4, i.3.

[4] DLUHOŠOVÁ, Dana. Finanční řízení a rozhodování podniku: analýza, investování, oceňování, riziko, flexibilita. 2. upr. vyd. Praha: Ekopress, 2008. 192 s. ISBN 978-80-86929-44-6.

[5] HULL, John. Options, futures, and other derivatives. 7th ed. Upper Saddler River: Pearson Prentice Hall, 2009. xxii, 882 s. ISBN 0-13-601586-7.

[6] MUSIELA, Marek; RUTKOWSKI, Marek. Martingale Methods in Financial Modelling. 2nd ed. Springer, 2005. 636 s. ISBN 3-540-20966-2.

[7] SCHOLLEOVÁ, Hana. Hodnota flexibility: reálné opce. 1. vyd. Praha: C.H. Beck, 2007. 171 s. ISBN 978-80-7179-735-7.

[8] TICHÝ, Tomáš. Finanční deriváty: typologie finančních derivátů, podkladové procesy, oceňovací modely. 1. vyd. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2006. 162 s. ISBN 80-248-1180-4.

[9] ZMEŠKAL, Zdeněk. Aplikace vícefaktorových reálných opcí. 3.mezinárodní konference Řízení a modelování finančních rizik [online]. 2006, září [cit. 2009-02-02]. Dostupný z WWW: <http://www.ekf.vsb.cz/shared/uploadedfiles/cul33/zdenek.Zmeskal.pdf>.

[10] ZMEŠKAL, Zdeněk. Finanční modely. 2. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Seznam zkratek a symbolů

a	množství podkladových aktiv v portfoliu
B	bezriziková výpůjčka
BS	Black-Scholesův model
C	kovarianční matice
c	cena call opce
d	koeficient poklesu
dt	doba do splatnosti
dz	specifický Wienerův proces
$e^{-r \cdot dt}$	spojitý diskontní faktor
E	střední hodnota
h	hedgingový koeficient
$N(d_1)$	distribuční funkce
$N(d_2)$	distribuční funkce
P	Choleskeho matice
p	cena put opce
p_u	rizikově neutrální pravděpodobnost růstu
p_d	rizikově neutrální pravděpodobnost poklesu
OTC	mimoburzovní trh
q	dividendový výnos
R	korelační matice
r	bezriziková úroková sazba
S_T	cena pokladového aktiva
T	doba splatnosti opce
USD	peněžní jednotka ve spojených státek amerických
VH	vnitřní hodnota opce
w	váha aktiv v portfoliu
X	realizační cena
z	zisková funkce opce
$\tilde{z}$	vektor závislých náhodných proměnných
α	průměrný výnos aktiv
ε	vektor nezávislých náhodných proměnných

μ	spojitý výnos akcií
Π	hodnota portfolia
ρ_{12}	korelační koeficient
σ	směrodatná odchylka
σ^2	rozptyl
σ_{12}	kovarianční koeficient
Δy	přírůstek hodnoty aktiv

Prohlášení o využití diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 30. dubna 2009

…………………………………………………..

Bc. Jana Vepřková

Adresa trvalého pobytu studenta:

Zálavčí 349
Leština
789 71

Seznam příloh

Příloha I

Vývoj ceny basket call opce

0

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
0	307	0	13	160	9,91	29	28,98

1 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
1	359	1	15	187	37	47	47
1	359	-1	10	185	35	45	45
-1	263	1	15	139	0	15	15
-1	263	-1	10	136	0	14	14

2 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
2	420	2	19	220	70	72	72
2	420	0	13	217	67	70	70
2	420	-2	8	214	64	68	68
0	307	2	19	163	13	27	27
0	307	0	13	160	10	25	25
0	307	-2	8	158	8	23	23
-2	224	2	19	122	0	7	7
-2	224	0	13	119	0	6	6
-2	224	-2	8	116	0	5	5

3 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
3	492	3	23	257	107,37	108	107,56
3	492	1	15	254	103,60	104	103,78
3	492	-1	10	251	101,07	101	101,25
3	492	-3	7	249	99,37	100	99,55
1	359	3	23	191	41,16	46	45,88
1	359	1	15	187	37,39	43	42,54
1	359	-1	10	185	34,86	40	40,30
1	359	-3	7	183	33,16	39	38,80
-1	263	3	23	143	0	13	13
-1	263	1	15	139	0	11	11
-1	263	-1	10	136	0	10	10
-1	263	-3	7	135	0	9	9
-3	192	3	23	107	0	2	2
-3	192	1	15	104	0	1	1
-3	192	-1	10	101	0	1	1
-3	192	-3	7	99	0	1	1

4 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
4	575	4	28	302	151,66	152	151,79
4	575	2	19	297	147,06	147	147,19
4	575	0	13	294	143,97	144	144,10
4	575	-2	8	292	141,90	142	142,02
4	575	-4	6	291	140,51	141	140,63
2	420	4	28	224	74,20	74	74,33
2	420	2	19	220	69,60	70	69,72
2	420	0	13	217	66,51	67	66,63
2	420	-2	8	214	64,44	65	64,56
2	420	-4	6	213	63,05	63	63,17
0	307	4	28	168	17,60	25	25,31
0	307	2	19	163	13,00	22	21,80
0	307	0	13	160	9,91	19	19,44
0	307	-2	8	158	7,84	18	17,86
0	307	-4	6	156	6,45	17	16,80
-2	224	4	28	126	0,00	4	4,44
-2	224	2	19	122	0,00	3	3,24
-2	224	0	13	119	0,00	2	2,42
-2	224	-2	8	116	0,00	2	1,88
-2	224	-4	6	115	0,00	2	1,52
-4	164	4	28	96	0,00	0	0,00
-4	164	2	19	91	0,00	0	0,00
-4	164	0	13	88	0,00	0	0,00
-4	164	-2	8	86	0,00	0	0,00
-4	164	-4	6	85	0,00	0	0,00

5 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	$\hat{E}(f_{t+dt})$	f
5	673	5	34	354	203,60	204	203,67
5	673	3	23	348	197,98	198	198,05
5	673	1	15	344	194,21	194	194,28
5	673	-1	10	342	191,68	192	191,75
5	673	-3	7	340	189,98	190	190,05
5	673	-5	5	339	188,85	189	188,91
3	492	5	34	263	112,99	113	113,05
3	492	3	23	257	107,37	107	107,43
3	492	1	15	254	103,60	104	103,66
3	492	-1	10	251	101,07	101	101,13
3	492	-3	7	249	99,37	99	99,43
3	492	-5	5	248	98,23	98	98,29
1	359	5	34	197	46,78	47	46,84
1	359	3	23	191	41,16	41	41,22
1	359	1	15	187	37,39	37	37,45
1	359	-1	10	185	34,86	35	34,91
1	359	-3	7	183	33,16	33	33,22
1	359	-5	5	182	32,02	32	32,08
-1	263	5	34	148	0	10	10
-1	263	3	23	143	0	8	8
-1	263	1	15	139	0	6	6
-1	263	-1	10	136	0	4	4
-1	263	-3	7	135	0	3	3
-1	263	-5	5	134	0	3	3
-3	192	5	34	113	0	0	0
-3	192	3	23	107	0	0	0
-3	192	1	15	104	0	0	0
-3	192	-1	10	101	0	0	0
-3	192	-3	7	99	0	0	0
-3	192	-5	5	98	0	0	0
-5	140	5	34	87	0	0	0
-5	140	3	23	82	0	0	0
-5	140	1	15	78	0	0	0
-5	140	-1	10	75	0	0	0
-5	140	-3	7	74	0	0	0
-5	140	-5	5	72	0	0	0

6 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	f
6	787	6	42	415	265	265
6	787	4	28	408	258	258
6	787	2	19	403	253	253
6	787	0	13	400	250	250
6	787	-2	8	398	248	248
6	787	-4	6	397	247	247
6	787	-6	4	396	246	246
4	575	6	42	309	159	159
4	575	4	28	302	152	152
4	575	2	19	297	147	147
4	575	0	13	294	144	144
4	575	-2	8	292	142	142
4	575	-4	6	291	141	141
4	575	-6	4	290	140	140
2	420	6	42	231	81	81
2	420	4	28	224	74	74
2	420	2	19	220	70	70
2	420	0	13	217	67	67
2	420	-2	8	214	64	64
2	420	-4	6	213	63	63
2	420	-6	4	212	62	62
0	307	6	42	174	24	24
0	307	4	28	168	18	18
0	307	2	19	163	13	13
0	307	0	13	160	10	10
0	307	-2	8	158	8	8
0	307	-4	6	156	6	6
0	307	-6	4	156	6	6
-2	224	6	42	133	0	0
-2	224	4	28	126	0	0
-2	224	2	19	122	0	0
-2	224	0	13	119	0	0
-2	224	-2	8	116	0	0
-2	224	-4	6	115	0	0
-2	224	-6	4	114	0	0
-4	164	6	42	103	0	0
-4	164	4	28	96	0	0
-4	164	2	19	91	0	0
-4	164	0	13	88	0	0
-4	164	-2	8	86	0	0
-4	164	-4	6	85	0	0
-4	164	-6	4	84	0	0
-6	120	6	42	81	0	0
-6	120	4	28	74	0	0
-6	120	2	19	69	0	0
-6	120	0	13	66	0	0
-6	120	-2	8	64	0	0
-6	120	-4	6	63	0	0
-6	120	-6	4	62	0	0

Příloha II

Výpočet ceny basket put opce

0

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
0	307	0	13	160	0,0	19	18,75

1 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
1	359	1	15	187	0	9	9
1	359	-1	10	185	0	9	9
-1	263	1	15	139	11	26	26
-1	263	-1	10	136	14	27	27

2 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
2	420	2	19	220	0	3	3
2	420	0	13	217	0	3	3
2	420	-2	8	214	0	3	3
0	307	2	19	163	0	14	14
0	307	0	13	160	0	15	15
0	307	-2	8	158	0	15	15
-2	224	2	19	122	28	35	35
-2	224	0	13	119	31	37	37
-2	224	-2	8	116	34	38	38

3 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
3	492	3	23	257	0	0	0,00
3	492	1	15	254	0	0	0,00
3	492	-1	10	251	0	0	0,00
3	492	-3	7	249	0	0	0,00
1	359	3	23	191	0	5	4,54
1	359	1	15	187	0	5	4,98
1	359	-1	10	185	0	5	5,27
1	359	-3	7	183	0	5	5,47
-1	263	3	23	143	7,23	20	20,20
-1	263	1	15	139	11,00	22	22,01
-1	263	-1	10	136	13,53	23	23,23
-1	263	-3	7	135	15,23	24	24,05
-3	192	3	23	107	42,58	44	44,39
-3	192	1	15	104	46,35	48	47,65
-3	192	-1	10	101	48,89	50	49,84
-3	192	-3	7	99	50,58	51	51,31

4 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
4	575	4	28	302	0,00	0	0,00
4	575	2	19	297	0,00	0	0,00
4	575	0	13	294	0,00	0	0,00
4	575	-2	8	292	0,00	0	0,00
4	575	-4	6	291	0,00	0	0,00
2	420	4	28	224	0,00	0	0,00
2	420	2	19	220	0,00	0	0,00
2	420	0	13	217	0,00	0	0,00
2	420	-2	8	214	0,00	0	0,00
2	420	-4	6	213	0,00	0	0,00
0	307	4	28	168	0,00	8	7,59
0	307	2	19	163	0,00	9	8,68
0	307	0	13	160	0,00	9	9,42
0	307	-2	8	158	0,00	10	9,91
0	307	-4	6	156	0,00	10	10,24
-2	224	4	28	126	23,76	28	28,12
-2	224	2	19	122	28,36	32	31,52
-2	224	0	13	119	31,45	34	33,80
-2	224	-2	8	116	33,52	35	35,32
-2	224	-4	6	115	34,91	36	36,35
-4	164	4	28	96	53,98	54	53,98
-4	164	2	19	91	58,59	59	58,59
-4	164	0	13	88	61,68	62	61,68
-4	164	-2	8	86	63,75	64	63,75
-4	164	-4	6	85	65,14	65	65,14

5 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	Ê(f_{t+dt})	f
5	673	5	34	354	0	0	0,00
5	673	3	23	348	0	0	0,00
5	673	1	15	344	0	0	0,00
5	673	-1	10	342	0	0	0,00
5	673	-3	7	340	0	0	0,00
5	673	-5	5	339	0	0	0,00
3	492	5	34	263	0	0	0,00
3	492	3	23	257	0	0	0,00
3	492	1	15	254	0	0	0,00
3	492	-1	10	251	0	0	0,00
3	492	-3	7	249	0	0	0,00
3	492	-5	5	248	0	0	0,00
1	359	5	34	197	0	0	0,00
1	359	3	23	191	0	0	0,00
1	359	1	15	187	0	0	0,00
1	359	-1	10	185	0	0	0,00
1	359	-3	7	183	0	0	0,00
1	359	-5	5	182	0	0	0,00
-1	263	5	34	148	1,61	12	11,97
-1	263	3	23	143	7,23	15	14,71
-1	263	1	15	139	11,00	17	16,55
-1	263	-1	10	136	13,53	18	17,78
-1	263	-3	7	135	15,23	19	18,61
-1	263	-5	5	134	16,37	19	19,17
-3	192	5	34	113	36,96	37	36,96
-3	192	3	23	107	42,58	43	42,58
-3	192	1	15	104	46,35	46	46,35
-3	192	-1	10	101	48,89	49	48,89
-3	192	-3	7	99	50,58	51	50,58
-3	192	-5	5	98	51,72	52	51,72
-5	140	5	34	87	62,80	63	62,80
-5	140	3	23	82	68,42	68	68,42
-5	140	1	15	78	72,19	72	72,19
-5	140	-1	10	75	74,72	75	74,72
-5	140	-3	7	74	76,42	76	76,42
-5	140	-5	5	72	77,56	78	77,56

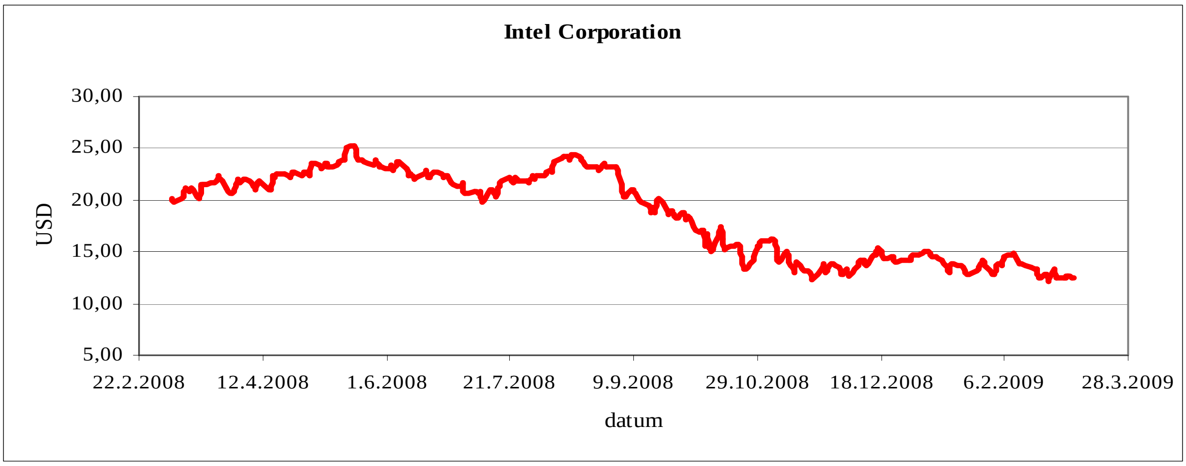
6 M

u1	x1	u2	x2	P	VH	f
6	787	6	42	415	0	0
6	787	4	28	408	0	0
6	787	2	19	403	0	0
6	787	0	13	400	0	0
6	787	-2	8	398	0	0
6	787	-4	6	397	0	0
6	787	-6	4	396	0	0
4	575	6	42	309	0	0
4	575	4	28	302	0	0
4	575	2	19	297	0	0
4	575	0	13	294	0	0
4	575	-2	8	292	0	0
4	575	-4	6	291	0	0
4	575	-6	4	290	0	0
2	420	6	42	231	0	0
2	420	4	28	224	0	0
2	420	2	19	220	0	0
2	420	0	13	217	0	0
2	420	-2	8	214	0	0
2	420	-4	6	213	0	0
2	420	-6	4	212	0	0
0	307	6	42	174	0	0
0	307	4	28	168	0	0
0	307	2	19	163	0	0
0	307	0	13	160	0	0
0	307	-2	8	158	0	0
0	307	-4	6	156	0	0
0	307	-6	4	156	0	0
-2	224	6	42	133	17	17
-2	224	4	28	126	24	24
-2	224	2	19	122	28	28
-2	224	0	13	119	31	31
-2	224	-2	8	116	34	34
-2	224	-4	6	115	35	35
-2	224	-6	4	114	36	36
-4	164	6	42	103	47	47
-4	164	4	28	96	54	54
-4	164	2	19	91	59	59
-4	164	0	13	88	62	62
-4	164	-2	8	86	64	64
-4	164	-4	6	85	65	65
-4	164	-6	4	84	66	66
-6	120	6	42	81	69	69
-6	120	4	28	74	76	76
-6	120	2	19	69	81	81
-6	120	0	13	66	84	84
-6	120	-2	8	64	86	86
-6	120	-4	6	63	87	87
-6	120	-6	4	62	88	88

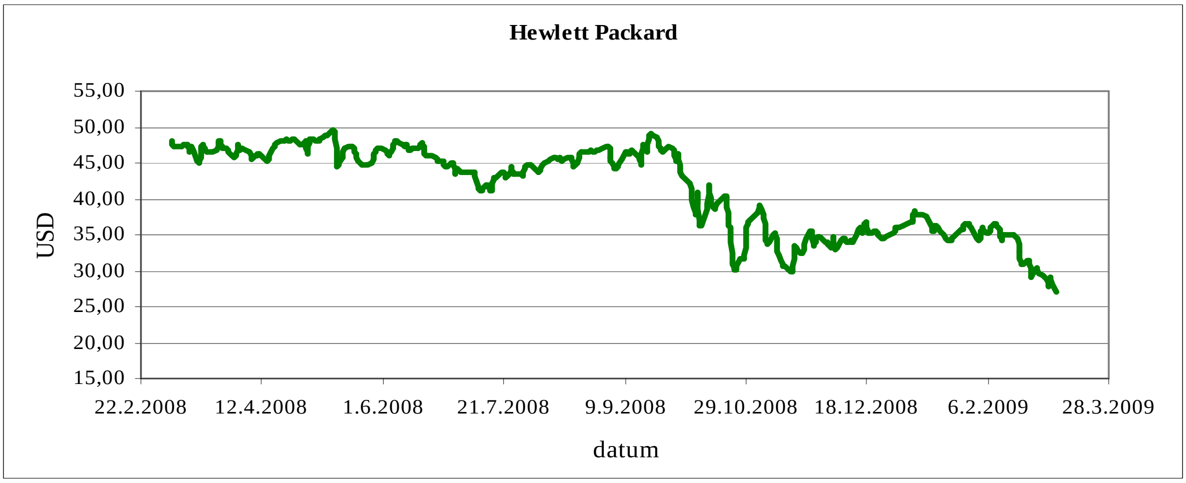
Příloha III

Vývoje akciových kursů jednotlivých společností

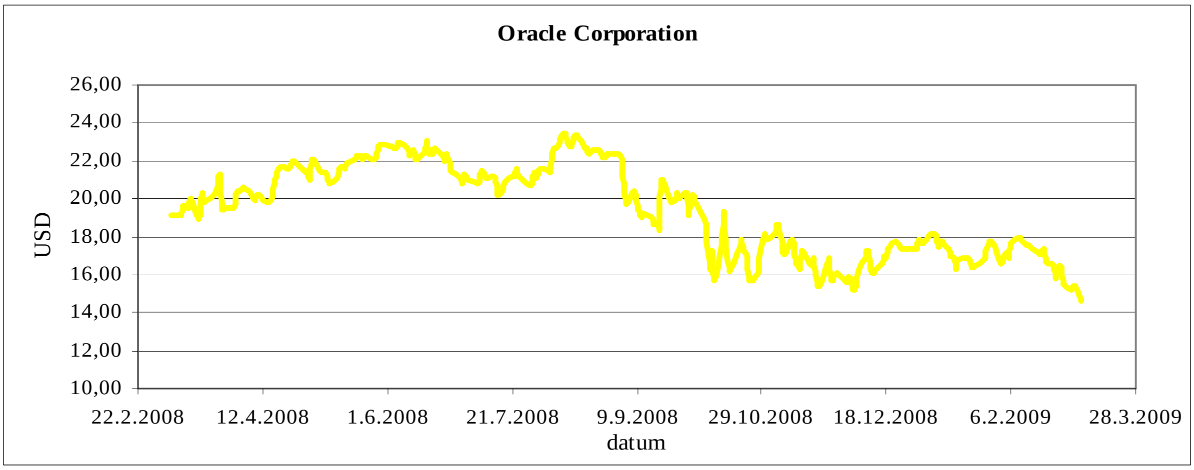
Graf III.1: Vývoj akciových kursů společnosti Intel Corporation



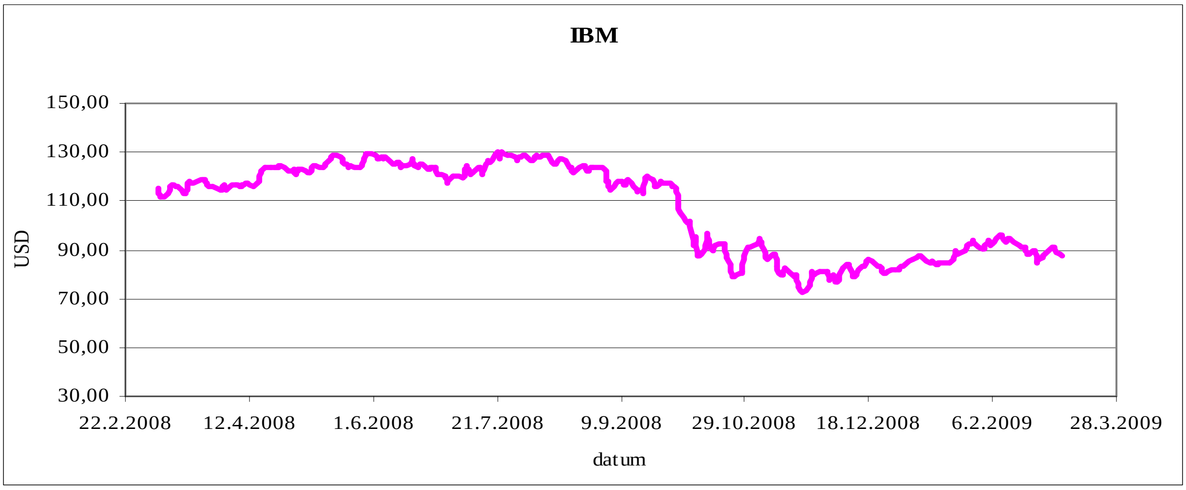
Graf III.2: Vývoj akciových kursů společnosti Hewlett Packard



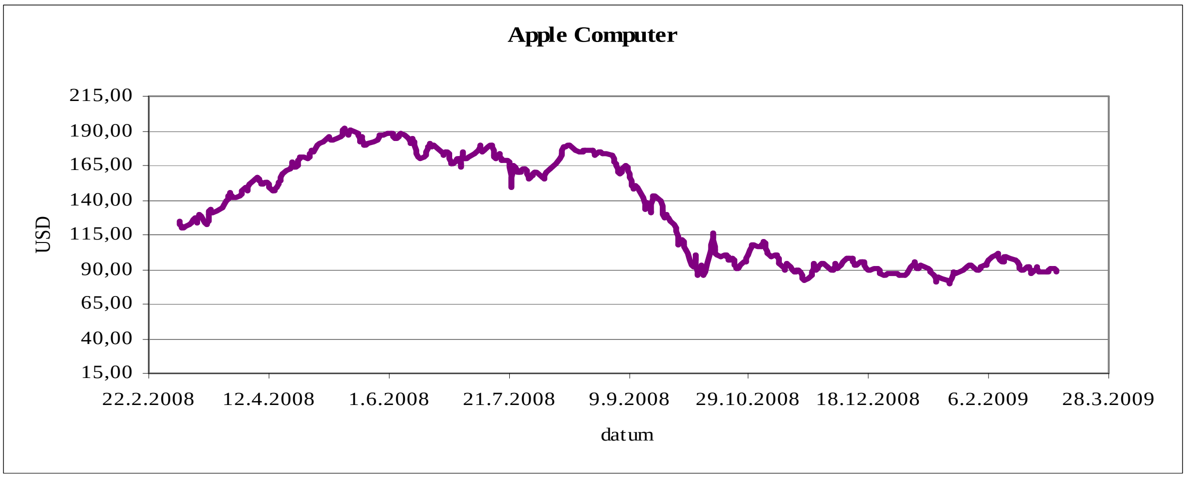
Graf III.3: Vývoj akciových kursů společnosti Oracle Corporation



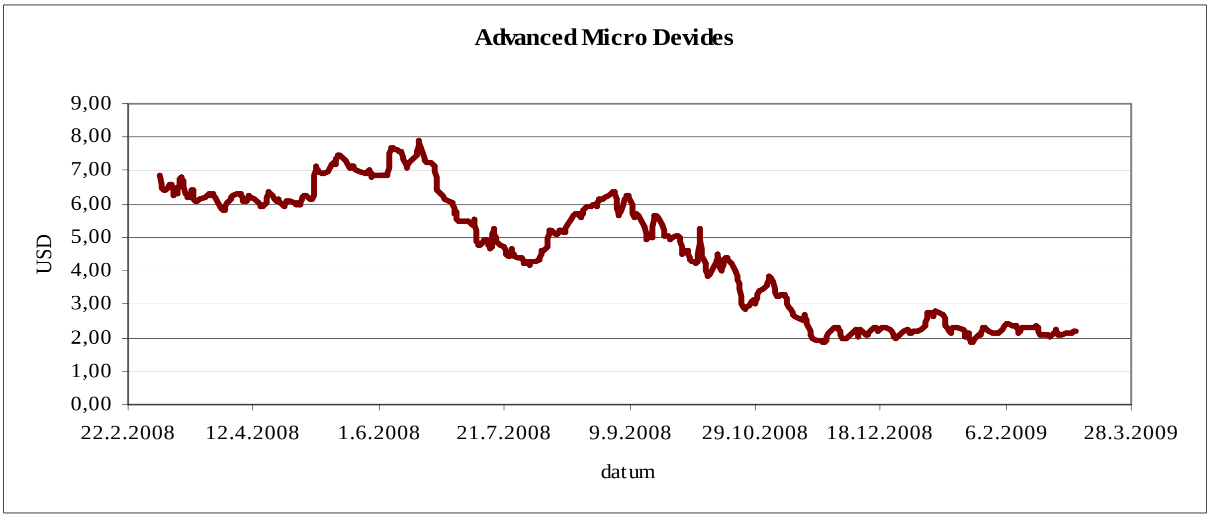
Graf III.4: Vývoj akciových kursů společnosti IBM



Graf III.5: Vývoj akciových kursů společnosti Apple Computer



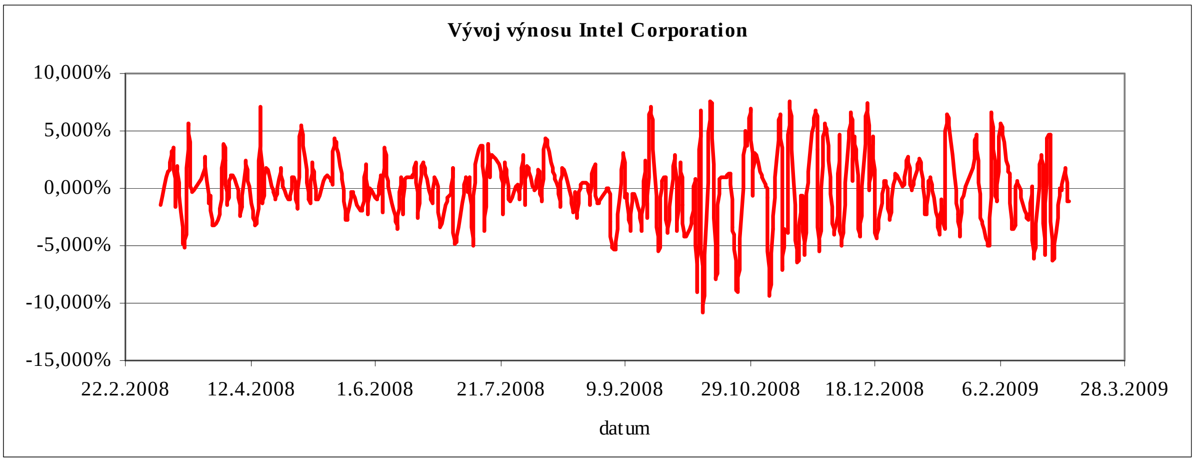
Graf III. 6: Vývoj akciových kursů společnosti Advanced Micro Devides



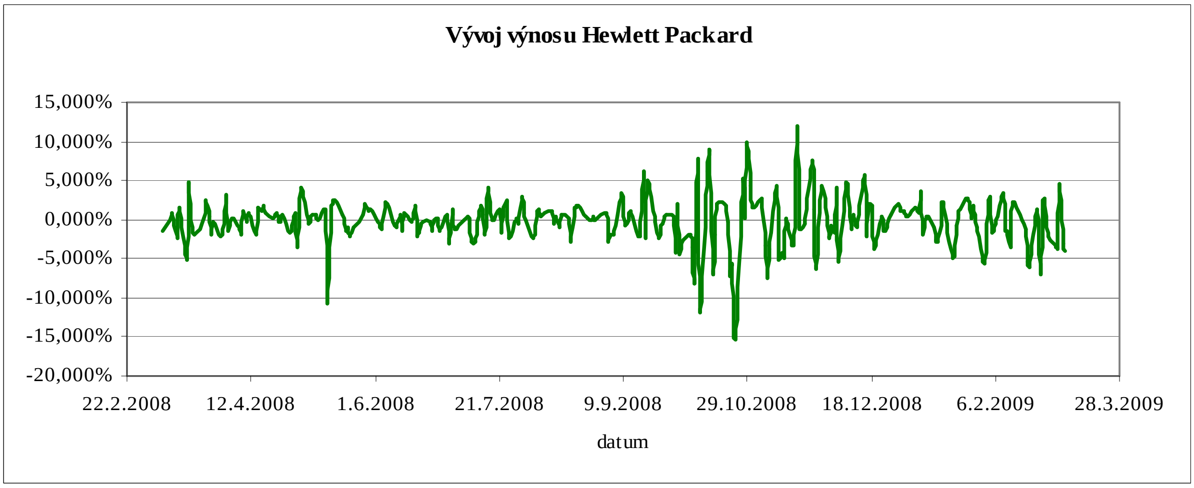
Příloha IV

Vývoj výnosů akcií jednotlivých společností

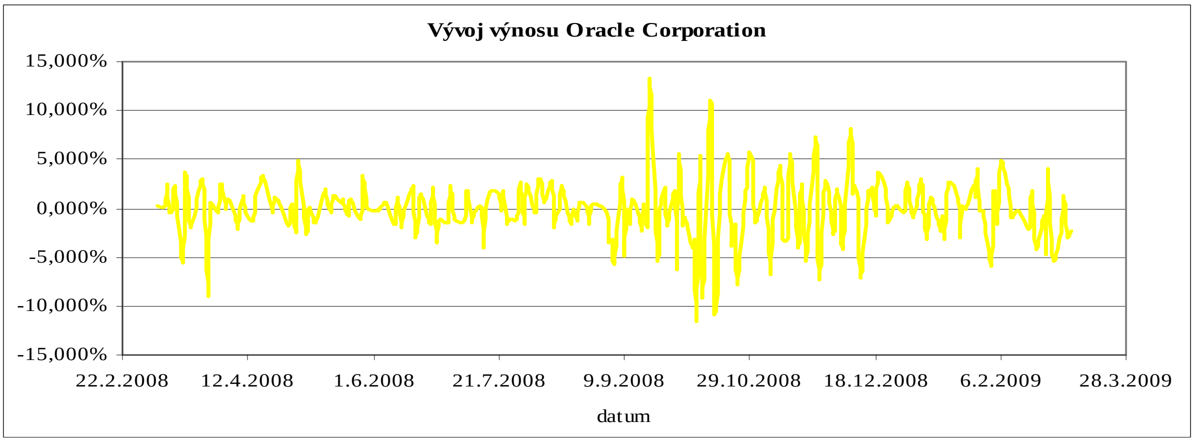
Graf IV.1: Vývoj výnosů akcie společnosti Inter Corporation



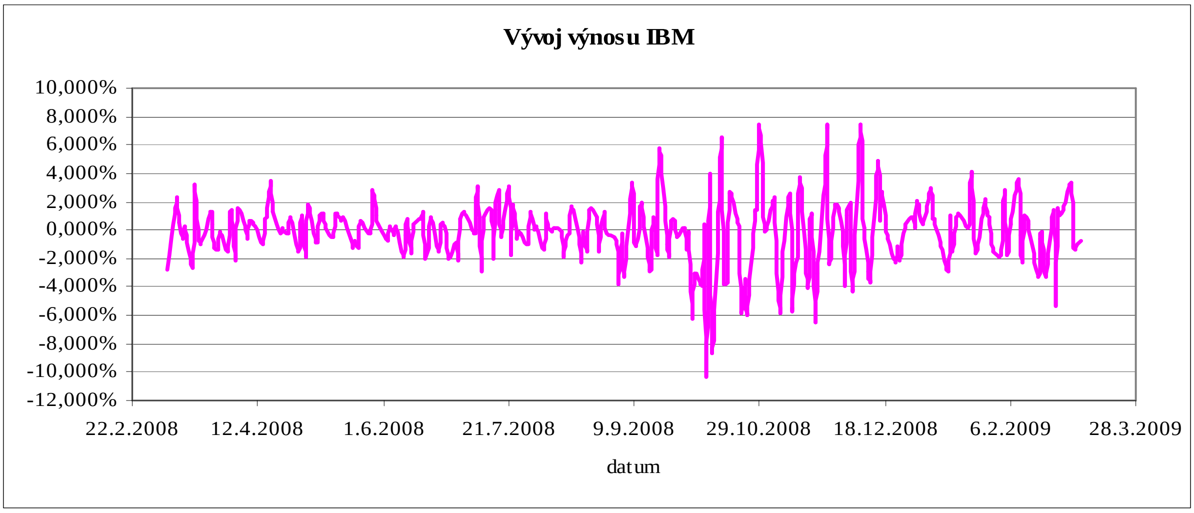
Graf IV.2: Vývoj výnosů akcie společnosti Hewlett Packard



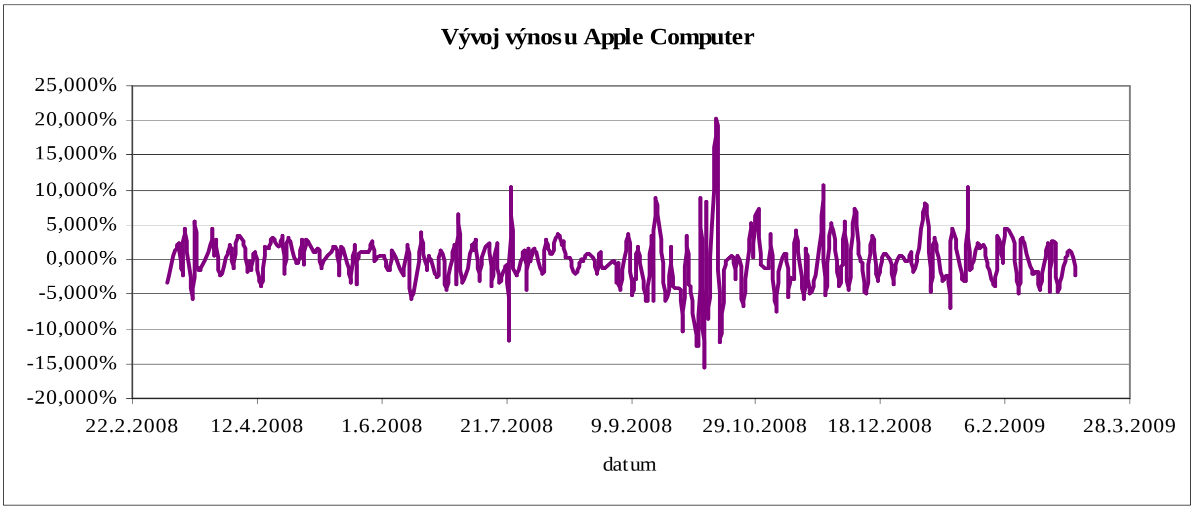
Graf IV.3: Vývoj výnosů akcie společnosti Oracle Corporation



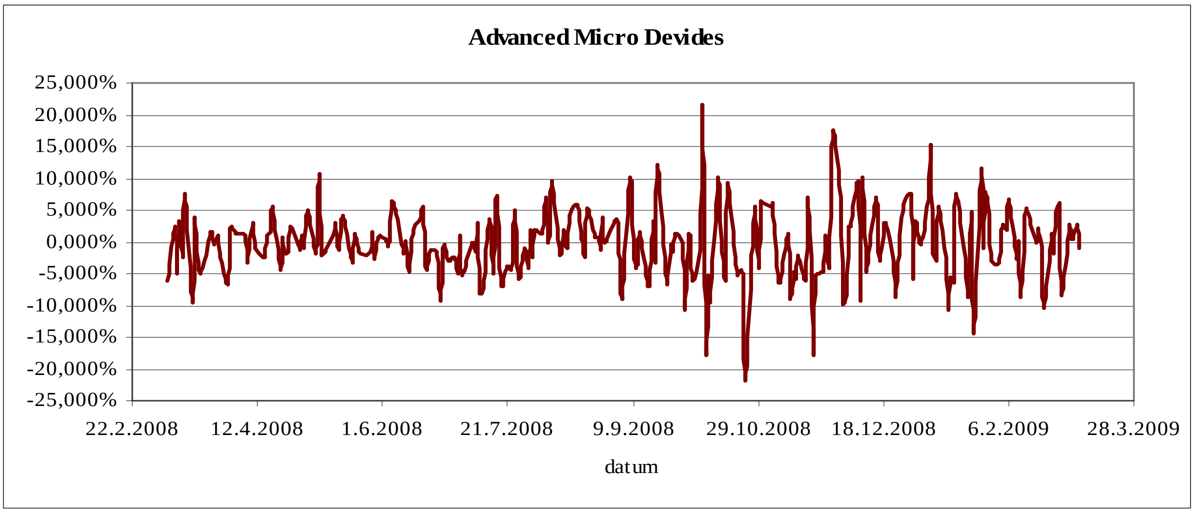
Graf IV.4: Vývoj výnosů akcie společnosti IBM



Graf IV.5: Vývoj výnosů akcie společnosti Apple Computer



Graf IV.6: Vývoj výnosů akcie společnosti Advanced Micro Devides



Příloha V

Hodnoty korelační a kovarianční matice

Korelační matice

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
A1	1,0000	0,7491	0,6356	0,7352	0,7116	0,6259	0,4950
A2	0,7491	1,0000	0,7092	0,7823	0,7328	0,6972	0,5822
A3	0,6356	0,7092	1,0000	0,6523	0,6986	0,6013	0,4865
A4	0,7352	0,7823	0,6523	1,0000	0,7315	0,6975	0,4790
A5	0,7116	0,7328	0,6986	0,7315	1,0000	0,6948	0,5196
A6	0,6259	0,6972	0,6013	0,6975	0,6948	1,0000	0,5870
A7	0,4950	0,5822	0,4865	0,4790	0,5196	0,5870	1,0000

Kovarianční matice

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
A1	0,20047	0,17328	0,14039	0,16149	0,11856	0,17489	0,19296
A2	0,17328	0,26690	0,18075	0,19829	0,14088	0,22478	0,26184
A3	0,14039	0,18075	0,24340	0,15789	0,12826	0,18514	0,20895
A4	0,16149	0,19829	0,15789	0,24069	0,13356	0,21355	0,20459
A5	0,11856	0,14088	0,12826	0,13356	0,13848	0,16136	0,16833
A6	0,17489	0,22478	0,18514	0,21355	0,16136	0,38947	0,31893
A7	0,19296	0,26184	0,20895	0,20459	0,16833	0,31893	0,75793

Příloha VI

Výpočet a hodnoty Choleskeho matice

Pro $i \le j, \quad j = 6, \quad j = 7$ lze určit dle (3.69) až (3.72) takto

$$p_{16} = \frac{\sigma_{16}}{p_{11}}, \tag{VI.1}$$

$$p_{17} = \frac{\sigma_{17}}{p_{11}}, \tag{VI.2}$$

$$p_{26} = \frac{1}{p_{22}} \cdot \left[\sigma_{26} - \left(p_{12} \cdot p_{16}\right)\right], \tag{VI.3}$$

$$p_{27} = \frac{1}{p_{22}} \cdot \left[\sigma_{27} - \left(p_{12} \cdot p_{17}\right)\right], \tag{VI.4}$$

$$p_{36} = \frac{1}{p_{33}} \cdot \left[\sigma_{36} - \left(p_{13} \cdot p_{16} + p_{23} \cdot p_{26}\right)\right], \tag{VI.5}$$

$$p_{37} = \frac{1}{p_{33}} \cdot \left[\sigma_{37} - \left(p_{13} \cdot p_{17} + p_{23} \cdot p_{27}\right)\right], \tag{VI.6}$$

$$p_{46} = \frac{1}{p_{44}} \cdot \left[\sigma_{46} - \left(p_{14} \cdot p_{16} + p_{24} \cdot p_{26} + p_{34} \cdot p_{36}\right)\right], \tag{VI.7}$$

$$p_{47} = \frac{1}{p_{44}} \cdot \left[\sigma_{47} - \left(p_{14} \cdot p_{17} + p_{24} \cdot p_{27} + p_{34} \cdot p_{37}\right)\right], \tag{VI.8}$$

$$p_{56} = \frac{1}{p_{55}} \cdot \left[\sigma_{56} - \left(p_{15} \cdot p_{16} + p_{25} \cdot p_{26} + p_{35} \cdot p_{36} + p_{45} \cdot p_{46}\right)\right], \tag{VI.9}$$

$$p_{57} = \frac{1}{p_{55}} \cdot \left[\sigma_{57} - \left(p_{15} \cdot p_{17} + p_{25} \cdot p_{27} + p_{35} \cdot p_{37} + p_{45} \cdot p_{47}\right)\right], \tag{VI.10}$$

$$p_{66} = \sqrt{\sigma_{66} - \left(p_{16}^2 + p_{26}^2 + p_{36}^2 + p_{46}^2 + p_{56}^2\right)}, \tag{VI.11}$$

$$p_{67} = \frac{1}{p_{66}} \cdot \left[\sigma_{67} - \left(p_{16} \cdot p_{17} + p_{26} \cdot p_{27} + p_{36} \cdot p_{37} + p_{46} \cdot p_{47} + p_{56} \cdot p_{57}\right)\right], \tag{VI.12}$$

$$p_{77} = \sqrt{\sigma_{77} - \left(p_{17}^2 + p_{27}^2 + p_{37}^2 + p_{47}^2 + p_{57}^2 + p_{67}^2\right)}. \tag{VI.13}$$

Tab VI.1: Choleskeho matice

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1	0,4477	0,3870	0,3136	0,3607	0,2648	0,3906	0,4310
2	0,0000	0,3422	0,1736	0,1715	0,1122	0,2151	0,2777
3	0,0000	0,0000	0,3390	0,0443	0,0759	0,0747	0,0755
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,2815	0,0548	0,1154	-0,0065
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2168	0,1005	0,0815
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4020	0,1935
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6673